MatematykaGryzie.pl
Kursy matematyczne

- POLECAM WAM NASZ KURS DO MATURY 2023 :)

Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(5 \cdot 5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$ jest równa

A. $\sqrt[6]{5}$ B. $\sqrt[3]{25}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt[3]{5}$

Brudnopis

$\left(5 \cdot 5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(5^1 \cdot 5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(5^{1+\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(5^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

C

Zadanie 2. (0–1)

Pan Nowak kupił obligacje Skarbu Państwa za 40 000 zł oprocentowane 7% w skali roku. Odsetki są naliczane i kapitalizowane co rok.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość obligacji kupionych przez pana Nowaka będzie po dwóch latach równa

A. $40\,000 \cdot (1{,}07)^2$ zł
B. $40\,000 \cdot (1{,}7)^2$ zł
C. $40\,000 \cdot 1{,}14$ zł
D. $40\,000 \cdot 1{,}49$ zł

Brudnopis

$K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

$40000\left(1 + \frac{7}{100}\right)^2 = 40000\left(1 + 0{,}07\right)^2 = 40000 \cdot (1{,}07)^2$ A

- NASZ KURS ZASTĘPUJE KOREPETYCJE :)

Zadanie 3. (0–1)

Właściciel sklepu kupił w hurtowni 50 par identycznych spodni po x zł za parę i 40 identycznych marynarek po y zł za sztukę. Za zakupy w hurtowni zapłacił 8000 zł. Po doliczeniu marży 50% na każdą parę spodni i 20% na każdą marynarkę ceny detaliczne spodni i marynarki były jednakowe.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cenę pary spodni x oraz cenę marynarki y, jakie trzeba zapłacić w hurtowni, można obliczyć z układu równań

A. $\begin{cases} x + y = 8000 \\ 0{,}5x = 0{,}2y \end{cases}$

B. $\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 0{,}5x = 0{,}2y \end{cases}$

C. $\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 1{,}5x = 1{,}2y \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y = 8000 \\ 1{,}5x = 1{,}2y \end{cases}$

Brudnopis

x - cena spodni

y - cena marynarki

$100\% + 50\% = 150\% = 1{,}5$

$100\% + 20\% = 120\% = 1{,}2$

$\begin{cases} 50 \cdot x + 40 \cdot y = 8000 \\ 1{,}5x = 1{,}2y \end{cases}$

C

- PRZECZYTAJ OPINIE O NASZYM KURSIE ! :)

Zadanie 4. (0–1)

Liczby rzeczywiste x i y są dodatnie oraz $x \neq y$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyrażenie $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y}$ można przekształcić do postaci

A. $\frac{2}{x-y}$ B. $\frac{2}{x^2-y^2}$ C. $\frac{2x}{x^2-y^2}$ D. $\frac{-2xy}{x+y}$

Brudnopis

$$\frac{1}{x-y}\cdot\frac{(x+y)}{(x+y)} + \frac{1}{x+y}\cdot\frac{(x-y)}{(x-y)} = \frac{1(x+y)}{(x-y)(x+y)} + \frac{1(x-y)}{(x+y)(x-y)} =$$

$$= \frac{x+y+x-y}{(x-y)(x+y)} = \frac{2x}{x^2-y^2}$$

C

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich różnych liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym wszystkie cyfry są różne, jest

A. $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$ B. $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ C. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ D. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

Brudnopis

bez zera

1 2 3 4 5
6 7 8 9

bez liczby wybranej na pierwszym miejscu ale z „0"

$9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

bez trzech już wybranych liczb

bez dwóch wybranych liczb

Zadanie 6. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -\log x$ dla wszystkich liczb rzeczywistych dodatnich x.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość funkcji f dla argumentu $x = \sqrt{10}$ jest równa

A. 2 B. $\left(-\frac{1}{2}\right)$ C. $\frac{1}{2}$ D. (-2)

Brudnopis

$f(x) = -\log x$

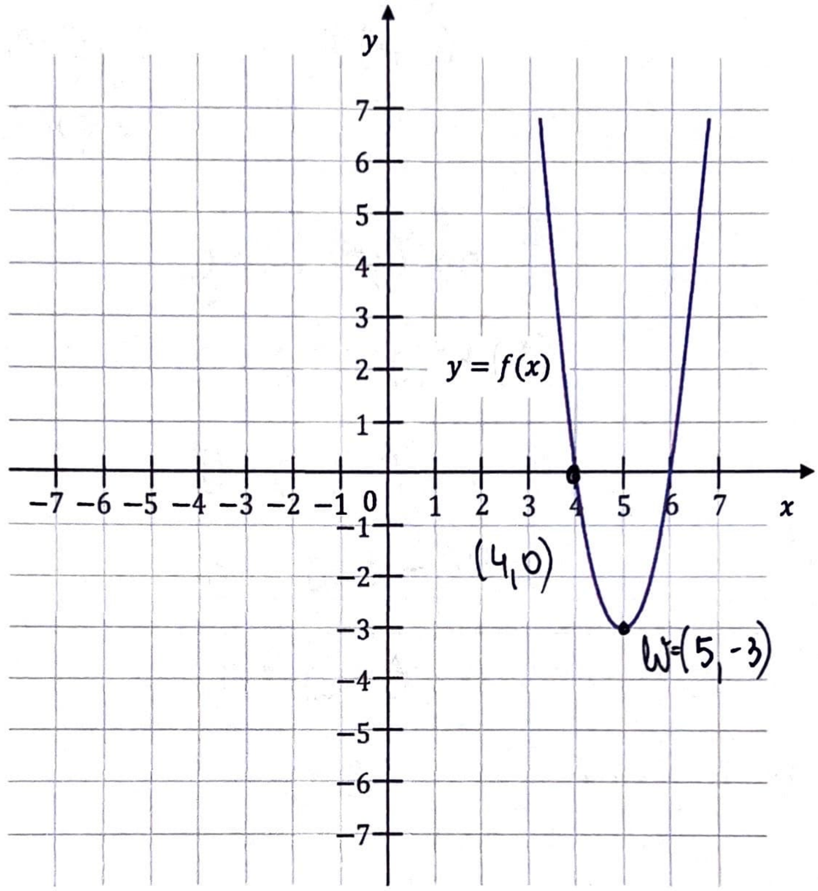
$f(\sqrt{10}) = -\log(\sqrt{10}) = -\underbrace{\log_{10}(\sqrt{10})} = -\frac{1}{2}$

do jakiej potęgi podnieść 10 aby otrzymać $\sqrt{10}$?

$10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10}$

Zadanie 7.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f, ma współrzędne $(5, -3)$. Jeden z punktów przecięcia paraboli z osią Ox układu współrzędnych ma współrzędne $(4, 0)$.



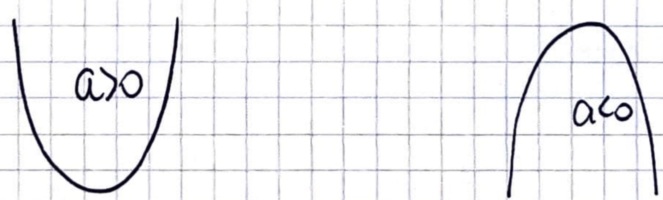
7.1.
0–1

Zadanie 7.1. (0–1)

Zapisz poniżej zbiór wszystkich wartości funkcji f.

ZW = ⟨-3, +∞)

Brudnopis



ZW= ⟨ q, +∞)   ZW = (-∞, q⟩

Zadanie 7.2. (0–2)

7.2.
0–1–2

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej.

Zapisz obliczenia.

$W=(5,-3)$ $\quad A=(4,0)$ (x, y)

$W=(p,q)$

$y=a(x-p)^2+q$

$0=a(4-5)^2+(-3)$

$0=a\cdot(-1)^2-3$

$0=a\cdot 1-3$

$0=a-3$

$a=3$

$y=a(x-p)^2+q$

$\underline{y=3(x-5)^2-3}$

Zadanie 8. (0–1)

Dana jest nierówność kwadratowa

$$(3x-9)(x+k)<0$$

z niewiadomą x i parametrem $k \in \mathbb{R}$. Rozwiązaniem tej nierówności jest przedział $(-2, 3)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

A. (-2) B. 2 C. (-3) D. 3

Brudnopis

$(3x-9)(x+k)<0$

$3x-9=0$ $x+k=0$

$3x=9$ $x=-k$

$x=3$ -2

$-k=-2$

$k=2$

Zadanie 9. (0–1)

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x)=ax^2+bx+c$, gdzie a, b i c są liczbami rzeczywistymi takimi, że $a \neq 0$ oraz $c<0$. Funkcja f nie ma miejsc zerowych.

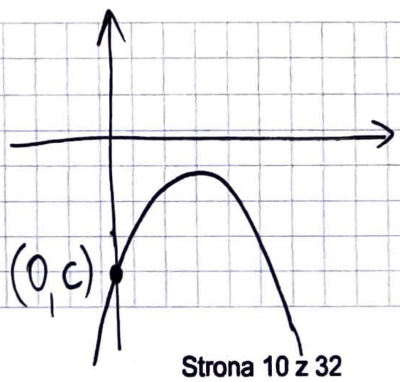
↑ miejsce przecięcia z Oy

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Wykres funkcji f leży w całości

A.	nad osią Ox,	ponieważ	1.	$a<0$ i $b^2-4ac<0$.
			2.	$a>0$ i $b^2-4ac<0$.
B.	pod osią Ox,		3.	$a<0$ i $b^2-4ac=0$.

Brudnopis



$\Delta<0$

$a<0$ - ramiona skierowane w dół

Zadanie 10. (0–1)

Dany jest układ równań

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

Na którym z rysunków A–D przedstawiona jest interpretacja geometryczna tego układu równań? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

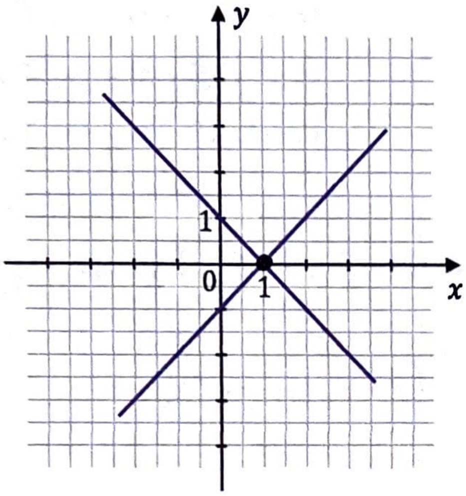
$$\begin{cases} y=x-1 \\ y=-x+1 \end{cases}$$

$x-1=-x+1$
$2x=2$
$x=1$

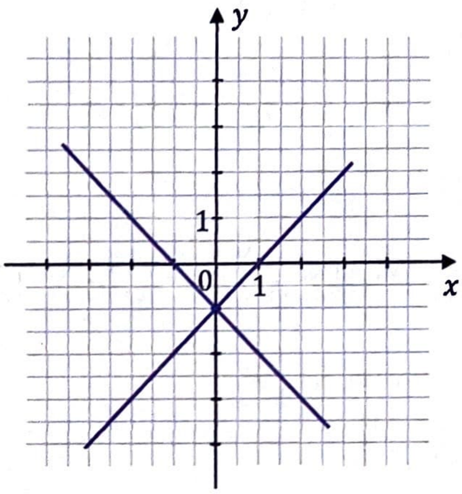
$y=1-1=0$

$(1,0)$

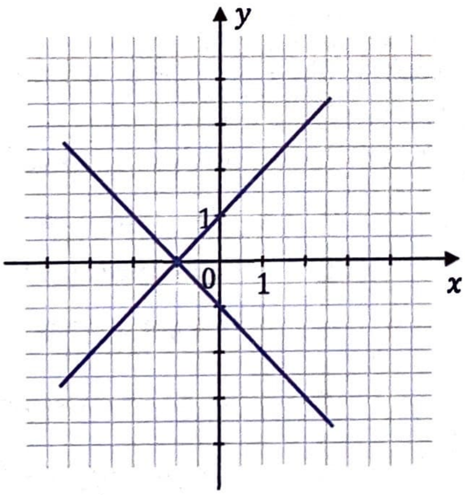
A.



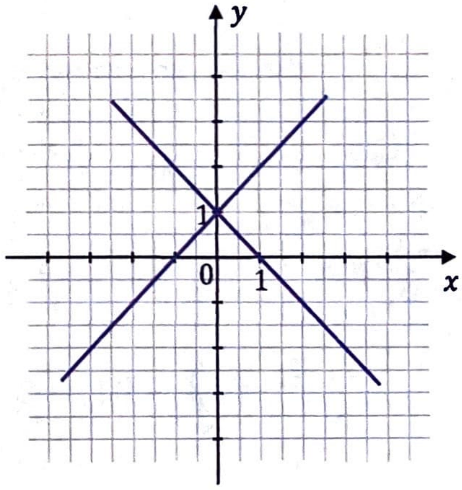
B.



C.



D.



Zadanie 11. (0–1)

Dany jest wielomian W określony wzorem $W(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 6$ dla każdej liczby rzeczywistej x.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wielomian W przy rozkładzie na czynniki ma postać

A. $W(x) = (x + 2)(x^2 - 3)$

B. $W(x) = (x - 2)(x^2 - 3)$

C. $W(x) = (x + 2)(x^2 + 3)$

D. $W(x) = (x - 2)(x^2 + 3)$

Brudnopis

$W(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 6 = x^2(x-2) - 3(x-2) =$

$= (x^2 - 3)(x-2)$ B

Zadanie 12. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{(4-x)(2x-3)}{(3x-5)(3-2x)} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

założenia:

$3x - 5 \neq 0 \quad \wedge \quad 3 - 2x \neq 0$

$3x \neq 5 \qquad -2x \neq -3$

$x \neq \frac{5}{3} \qquad x \neq \frac{3}{2}$

A. jedno rozwiązanie.

B. dwa rozwiązania.

C. trzy rozwiązania.

D. cztery rozwiązania.

$D = \mathbb{R} - \{\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\}$

Brudnopis

Rozwiązanie

$\frac{(4-x)(2x-3)}{(3x-5)(3-2x)} = 0$

$(4-x)(2x-3) = 0$

$4 - x = 0 \qquad 2x - 3 = 0$

$-x = -4 \qquad 2x = 3$

$x = 4 \qquad x = \frac{3}{2} \notin D$

Zadanie 13. (0–1)

Dana jest nierówność

$$2-\frac{x}{2} \geq \frac{x}{3}-3$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największą liczbą całkowitą, która spełnia tę nierówność, jest

A. 6 **B.** 5 **C.** 7 **D.** (-6)

Brudnopis

$2-\frac{x}{2} \geqslant \frac{x}{3}-3 \quad / -\frac{x}{3} / -2$

$-\frac{x}{2} - \frac{x}{3} \geqslant -3-2$

$\frac{-3x}{6} - \frac{2x}{6} \geqslant -5$

$\frac{-5x}{6} \geqslant -5 \quad / \cdot 6$

$-5x \geqslant -30 \quad / :(-5)$

$x \leqslant 6$

6

Zadanie 14. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $5n^2 + 15n$ jest podzielna przez 10.

14. 0–1–2

$5n^2+15n = 5n(n+3)$

Jeśli $n=2x$, $x \in \mathbb{N}$ (liczba parzysta

$5 \cdot 2x(2x+3) = 10x(2x+3)$ – podzielne przez 10

Jeśli $n=2x+1$, $x\in\mathbb{N}$ (liczba nieparzysta)

$5\cdot(2x+1)(2x+1+3) = 5(2x+1)(2x+4) =$

$= 5(2x+1)(2(x+2)) = 10(2x+1)(x+2)$

– podzielne przez 10

To kończy dowód

Zadanie 15. (0–1)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 2n^2 + n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

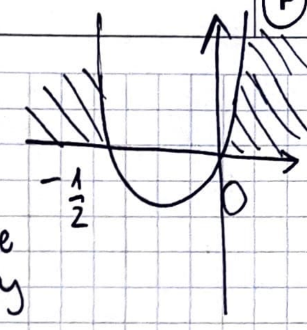
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest malejący.	P	F
Ósmy wyraz ciągu (a_n) jest równy 136.	P	F

Brudnopis

$2n^2 + n = 2n(n + \frac{1}{2})$

dla $n \in \mathbb{N}_+$ funkcja rośnie
więc ciąg jest rosnący



$a_8 = 2 \cdot 8^2 + 8 = 2 \cdot 64 + 8 = 128 + 8 = 136$

Zadanie 16. (0–1)

a b c

Pięciowyrazowy ciąg $\left(-3, \frac{1}{2}, x, y, 11\right)$ jest arytmetyczny.
a b c

a, b, c

$b = \frac{a+c}{2}$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczby x oraz y są równe

A. $x = 4$ oraz $y = \frac{15}{2}$.

B. $x = \frac{15}{2}$ oraz $y = 4$.

C. $x = -4$ oraz $y = \frac{15}{2}$.

D. $x = -\frac{15}{2}$ oraz $y = 4$.

Brudnopis

$\frac{1}{2} = \frac{-3+x}{2}$

$1 = -3 + x$

$x = 4$

$y = \frac{x+11}{2}$

$y = \frac{4+11}{2} = \frac{15}{2}$

Zadanie 17. (0–2)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.
W tym ciągu $a_1 = -5$, $a_2 = 15$, $a_3 = -45$.

Dokończ zdanie. Zaznacz dwie odpowiedzi tak, aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

17.
0–1–2

Wzór ogólny ciągu (a_n) ma postać

A. $a_n = -5 \cdot (-3)^{n-1}$

B. $a_n = -5 \cdot (-3)^{n}$

C. $a_n = -5 \cdot 3^{n-1}$

D. $a_n = -5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$

E. $a_n = 5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$

F. $a_n = 5 \cdot (-3)^n \cdot 3$

Brudnopis

$$a_1 = -5 \xrightarrow{\cdot(-3)} a_2 = 15 \xrightarrow{\cdot(-3)} a_3 = -45$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = -5 \cdot (-3)^{n-1} = -5 \cdot (-3)^n \cdot (-3)^{-1} =$$

$$= -5 \cdot (-3)^n \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) =$$

$$= \frac{-5}{1} \cdot \frac{(-3)^n}{1} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{5 \cdot (-3)^n}{3} =$$

$$= 5 \cdot \frac{(-3)^n}{3} \quad E$$

Zadanie 18. (0–1)

Kąt α jest ostry oraz $\frac{1}{\sin^2\alpha} + \frac{1}{\cos^2\alpha} = \frac{16}{9}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ jest równa

A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{16}{9}$ D. $\frac{9}{16}$

Brudnopis

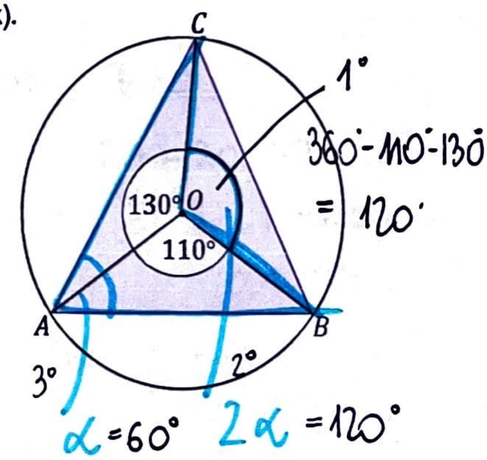
$$\frac{1}{\sin^2\alpha} + \frac{1}{\cos^2\alpha} = \frac{16}{9}$$

$$\frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{}$$

$$\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha \cdot \sin^2\alpha} + \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha \cdot \sin^2\alpha} = \frac{16}{9}$$

Zadanie 19. (0–1)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku O (zobacz rysunek).
Ponadto $|\measuredangle AOC| = 130°$ oraz $|\measuredangle BOA| = 110°$.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

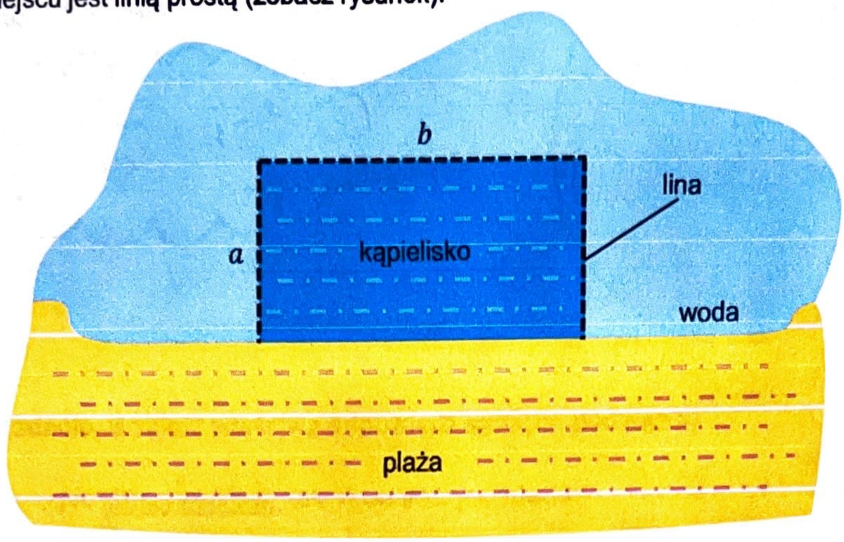
Miara kąta wewnętrznego BAC trójkąta ABC jest równa

A. 60°
B. 55°
C. 50°
D. 65°

Brudnopis

Zadanie 20. (0–4)

Do wyznaczenia trzech boków pewnego kąpieliska w kształcie prostokąta należy użyć liny o długości 200 m. Czwarty bok tego kąpieliska będzie pokrywał się z brzegiem plaży, który w tym miejscu jest linią prostą (zobacz rysunek).



20. 0–1–2–3–4

Oblicz wymiary a i b kąpieliska tak, aby jego powierzchnia była największa.

Zapisz obliczenia.

$2a + b = 200$ $\quad a>0 \quad b>0$

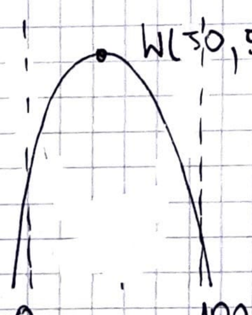
$b = 200 - 2a$ $\quad 200-2a>0$

$-2a > -200$

$a < 100$

$D = (0, 100)$

$P = a \cdot b = a \cdot (200 - 2a) = 200a - 2a^2 = -2a^2 + 200a$



$p = \frac{-b}{2a} = \frac{-200}{-4} = 50 \in D$

$q = f(p) = -2 \cdot 50^2 + 200 \cdot 50 =$

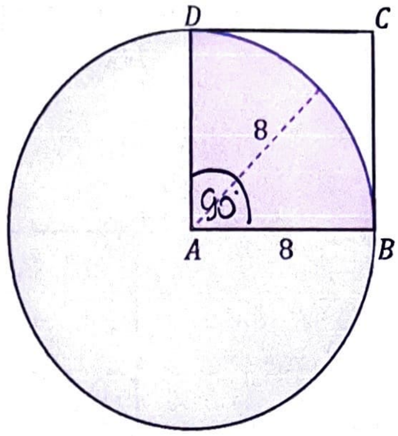
$= -5000 + 10000 = 5000$

$\underbrace{a = 50}$ $\quad \underbrace{b = 200 - 2 \cdot 50 = 100}$

Zadanie 21. (0–1)

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 8.
Z wierzchołka A zakreślono koło o promieniu równym długości boku kwadratu (zobacz rysunek).

$$\frac{\alpha}{360^\circ}\cdot \pi r^2$$



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni <u>części wspólnej</u> koła i kwadratu jest równe

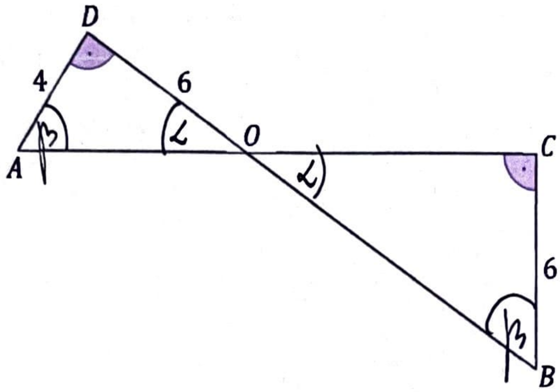
A. 16π　　B. 8π　　C. $4\sqrt{2}\pi$　　D. $16\sqrt{2}\pi$

Brudnopis

$$\frac{90^\circ}{360^\circ}\cdot \pi r^2 = \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot 8^2 = \frac{1}{4}\pi\cdot 64 = 16\pi \quad A$$

Zadanie 22. (0–1)

Odcinki AC i BD przecinają się w punkcie O. Ponadto $|AD| = 4$ i $|OD| = |BC| = 6$. Kąty ODA i BCO są proste (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość odcinka OC jest równa

A. 9 **B.** 8 **C.** $2\sqrt{13}$ **D.** $3\sqrt{13}$

Brudnopis

Duży trójkąt α-90° mały trójkąt α-90°

$$\frac{|OC|}{|CB|} = \frac{|DO|}{|AD|}$$

β-90° β-90°

$$\frac{|OC|}{6} = \frac{6}{4}$$

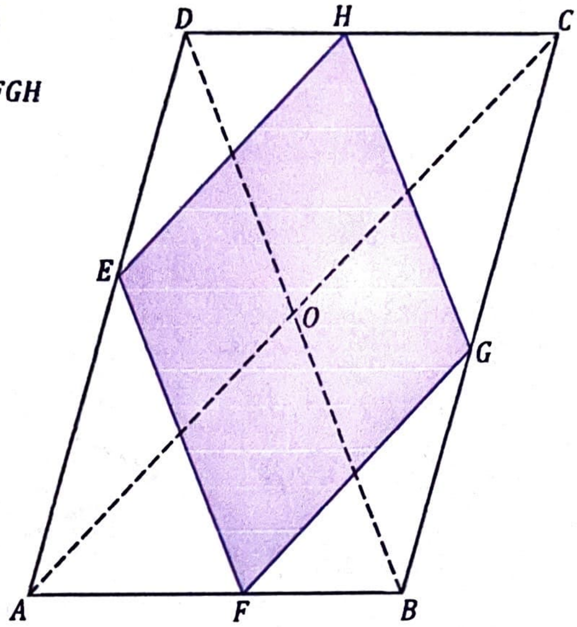
$4|OC| = 36$

$|OC| = 9$

A

Zadanie 23. (0–2)

Przekątne równoległoboku $ABCD$ mają długości: $|AC| = 16$ oraz $|BD| = 12$. Wierzchołki E, F, G oraz H rombu $EFGH$ leżą na bokach równoległoboku $ABCD$ (zobacz rysunek).
Boki tego rombu są równoległe do przekątnych równoległoboku.



23.
0–1–2

Oblicz długość boku rombu $EFGH$.

Zapisz obliczenia.

1) $|AC| = 16$
$|BD| = 12$

$\Delta FBG \sim \Delta ABC \quad (k, k, k)$
$\Delta AFE \sim \Delta ABD \quad (k, k, k)$

2) $\begin{cases} \dfrac{a}{16} = \dfrac{x}{|AB|} \\ \dfrac{a}{17} = \dfrac{|AB|-x}{|AB|} \end{cases} \Rightarrow a = \dfrac{16x}{|AB|}$

3) $\dfrac{\dfrac{16x}{|AB|}}{17} = \dfrac{|AB|-x}{|AB|}$

$\cancel{|AB|} \cdot \dfrac{16x}{\cancel{|AB|}} = 17(|AB| - x)$

$16x = 17|AB| - 17x$

$|AB| = \dfrac{7}{3}x$

4) $\dfrac{a}{16} = \dfrac{x}{\frac{7}{3}x}$

$\dfrac{a}{16} = \dfrac{3}{7}$

$a = \dfrac{48}{7}$

MatematykaGryzie.pl
Kursy matematyczne

← ZOBACZ NASZ KURS DO MATURY 2023 ! :)

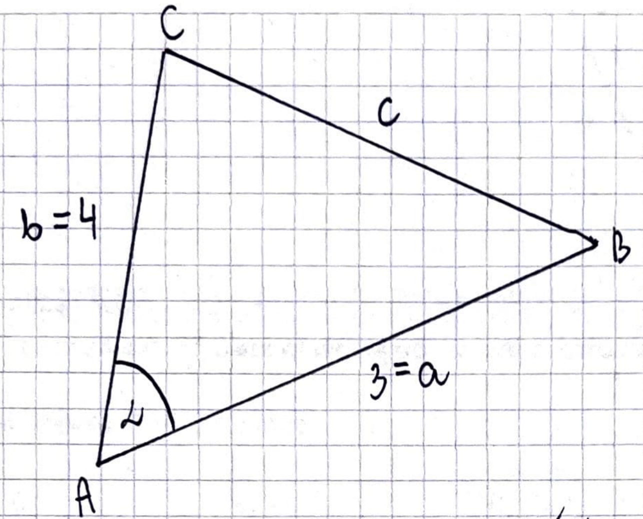
Zadanie 24. (0–2)

Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AC| = 4$, $|AB| = 3$, $\cos\sphericalangle BAC = \frac{4}{5}$.

Oblicz pole trójkąta ABC.

Zapisz obliczenia.

24.
0–1–2



$\cos|\sphericalangle BAC| = \frac{4}{5}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\sin^2\alpha + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$

$\sin^2\alpha + \frac{16}{25} = 1 \quad | -\frac{16}{25}$

$\sin^2\alpha = \frac{9}{25}$

$\sin\alpha = \frac{3}{5}$

$P = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin\alpha$

$P = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot 3 \cdot \cancel{4}^{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{18}{5}$

GDYBY KAZALI POLICZYĆ |CB|

* KORZYSTAMY Z TWIERDZENIA COSINUSÓW

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\alpha$

$c^2 = 3^2 + 4^2 - 2\cdot 3\cdot 4\cdot \frac{4}{5}$

$c^2 = 9 + 16 - \frac{96}{5}$

$c^2 = \frac{25}{1} - \frac{96}{5}$

$c^2 = \frac{125}{5} - \frac{96}{5}$

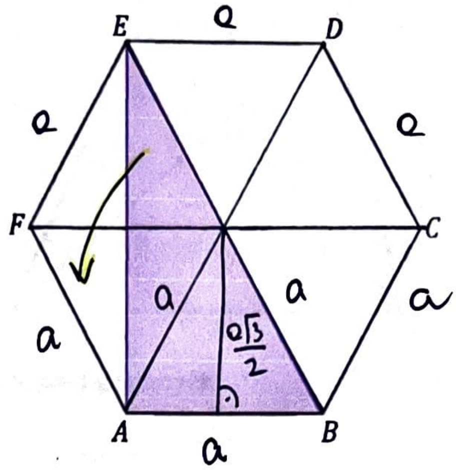
$c^2 = \frac{29}{5}$

$c = \sqrt{\frac{29}{5}} = \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{145}}{5}$

↙ PRZECZYTAJ OPINIE O NASZYM KURSIE ! :)

Zadanie 25.

Dany jest sześciokąt foremny $ABCDEF$ o polu równym $6\sqrt{3}$ (zobacz rysunek).



Zadanie 25.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta ABE jest równe

A. 6 B. $4\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 4

Brudnopis

$6\sqrt{3} = 6 \cdot P_\Delta$

$P_\Delta = \sqrt{3}$

$P_{ABE} = 2 \cdot P_\Delta = 2\sqrt{3}$

Zadanie 25.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość odcinka AE jest równa

A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{3}$ D. 4

Brudnopis

$P_\Delta = \sqrt{3}$

$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$

$a^2 = 4$

$a = 2$

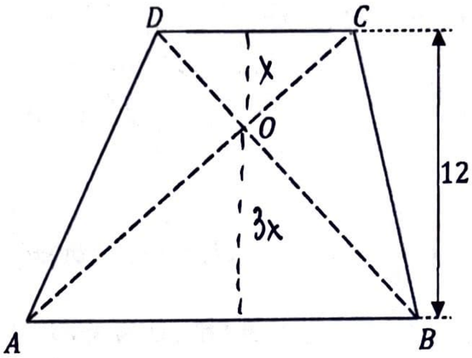
$h_\Delta = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

$|AE| = 2 \cdot h_\Delta = 2\sqrt{3}$ B

 – NASZ KURS ZASTĘPUJE KOREPETYCJE ! :)

Zadanie 26. (0–1)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym $AB||CD$ oraz przekątne AC i BD przecinają się w punkcie O (zobacz rysunek). Wysokość tego trapezu jest równa 12. Obwód trójkąta ABO jest równy 39, a obwód trójkąta CDO jest równy 13.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość trójkąta ABO poprowadzona z punktu O jest równa

A. 3 **B.** 4 **C.** 9 **D.** 6

Brudnopis

$k = \frac{39}{13} = 3$

$4x = 12$

$x = 3$

$3x = 9$ C

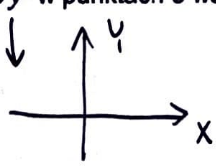
Zadanie 27. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dany jest okrąg O o równaniu

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 13$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg O przecina oś Oy w punktach o współrzędnych



A. $(0,1)$ i $(0,5)$. **B.** $(0,1)$ i $(0,-5)$.

C. $(1,0)$ i $(5,0)$. **D.** $(0,-1)$ i $(0,5)$.

Brudnopis

podstawiamy „0" za „x"

$(0-3)^2 + (y-3)^2 = 13$

$9 + (y-3)^2 = 13 \quad |-9$

$(y-3)^2 = 4$

$|y-3| = 2$

$y-3 = 2 \lor y-3 = -2$

$y = 5 \qquad y = 1$

MatematykaGryzie.pl
Kursy matematyczne

Zadanie 28. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są proste k oraz l o równaniach

k: $y = \frac{1}{3}x - 1$

l: $y = -3x + 6$

równoległe
$a_1 = a_2$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l

A. nie mają punktów wspólnych.
B. są prostopadłe.
C. przecinają się w punkcie $P = (0, -1)$.
D. się pokrywają.

prostopadłe
$a_1 \cdot a_2 = -1$
$\frac{1}{3} \cdot (-3) = -1$

Brudnopis

Zadanie 29. (0–1)

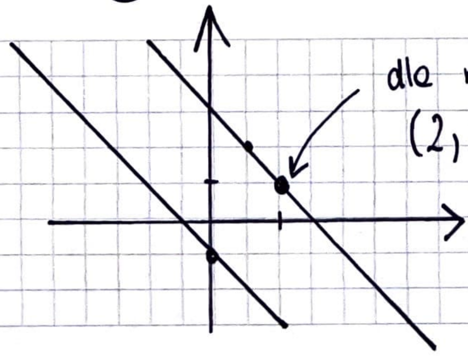
Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są punkty $A = (1, 2)$ i $B = (2m, m)$, gdzie m jest liczbą rzeczywistą, oraz prosta k o równaniu $y = -x - 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta przechodząca przez punkty A i B jest równoległa do prostej k, gdy

A. $m = -1$ B. $m = 1$ C. $m = \frac{1}{2}$ D. $m = 2$

Brudnopis

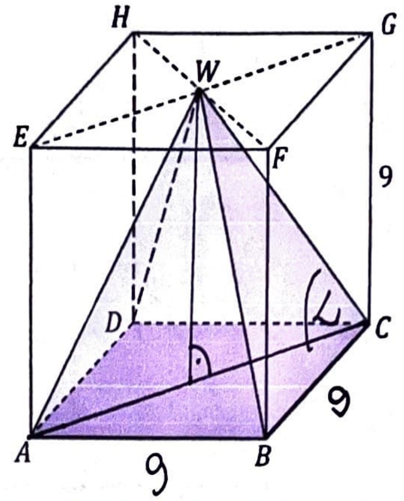


dla $m=1$
$(2,1)$

B

Zadanie 30.

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 9. Wierzchołki podstawy $ABCD$ sześcianu połączono odcinkami z punktem W, który jest punktem przecięcia przekątnych podstawy $EFGH$. Otrzymano w ten sposób ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDW$ (zobacz rysunek).



Zadanie 30.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość V ostrosłupa $ABCDW$ jest równa

A. 243 **B.** 364,5 **C.** 489 **D.** 729

Brudnopis

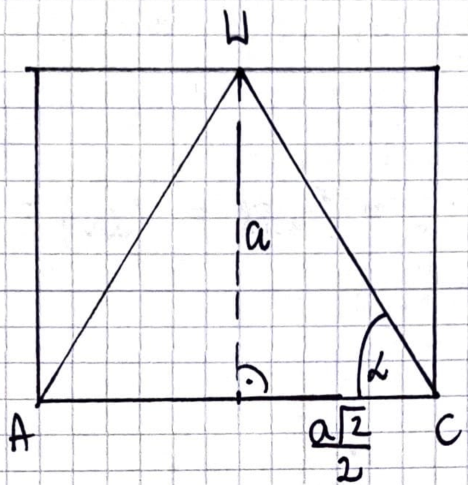
$V = \frac{1}{3} P_p \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 9^2 \cdot 9 = 243$ A

30.2.
0–1–2

Zadanie 30.2. (0–2)

Oblicz cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy.

Zapisz obliczenia.



$$|WC|^2 = a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$|WC|^2 = a^2 + \frac{2a^2}{4}$$

$$|WC|^2 = \frac{3}{2}a^2$$

$$|WC| = \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}a}{2}$$

$$\cos\alpha = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6}a}{2}} = \frac{\cancel{a}\sqrt{2}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\sqrt{6}\cancel{a}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{12}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{6} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Zadanie 31. (0–1)

Dany jest sześcian $\mathcal{F}$ o krawędzi długości a i objętości V oraz sześcian $\mathcal{G}$ o krawędzi długości $3a$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość sześcianu $\mathcal{G}$ jest równa

A. $3V$ B. $9V$ C. $18V$ D. $27V$

Brudnopis

$G = (3a)^3 = 27a^3 = 27 \cdot V$ D

Zadanie 32. (0–1)

Na loterii stosunek liczby losów wygrywających do liczby losów przegrywających jest równy $2 : 7$. Zakupiono jeden los z tej loterii.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że zakupiony los jest wygrywający, jest równe

A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{2}{7}$

Brudnopis

$|\Omega| = 2 + 7 = 9$

$P(A) = \frac{2}{9}$

Zadanie 33. (0–2)

W eksperymencie badano kiełkowanie nasion w pięciu donicach. Na koniec eksperymentu policzono wykiełkowane nasiona w każdej z donic:

- w I donicy – 133 nasiona
- w II donicy – 140 nasion
- w III donicy – 119 nasion
- w IV donicy – 147 nasion
- w V donicy – 161 nasion.

Odchylenie standardowe liczby wykiełkowanych nasion jest równe $\sigma = 14$.

33.
0–1–2

Podaj numery donic, w których liczba wykiełkowanych nasion mieści się w przedziale określonym przez jedno odchylenie standardowe od średniej.

Zapisz obliczenia.

$$\bar{x} = \frac{133 + 140 + 119 + 147 + 161}{5} = \frac{700}{5} = 140$$

$\underline{\overline{\mathrm{I}}}$, $\underline{\overline{\mathrm{II}}}$, $\underline{\overline{\mathrm{IV}}}$