

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*Miejsce
na naklejkę
z kodem*

☐ dysleksja

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI**

POZIOM PODSTAWOWY

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 19 stron (zadania 1–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ⊗ i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MAJ 2014

**Czas pracy:
170 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**



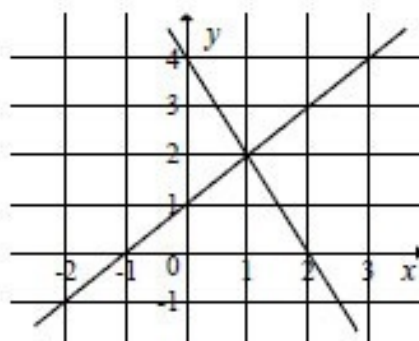
MMA-P1_1P-142

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 pkt)

Na rysunku przedstawiono geometryczną interpretację jednego z niżej zapisanych układów równań.



Wskaż ten układ.

☒ A. $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$

☐ B. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$

☐ C. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$

☐ D. $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$

Zadanie 2. (1 pkt)

Jeżeli liczba 78 jest o 50% większa od liczby c , to

☐ A. $c = 60$

☒ B. $c = 52$

☐ C. $c = 48$

☐ D. $c = 39$

Zadanie 3. (1 pkt)

Wartość wyrażenia $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ jest równa

☐ A. -2

☐ B. $-2\sqrt{3}$

☒ C. 2

☐ D. $2\sqrt{3}$

Zadanie 4. (1 pkt)

Suma $\log_8 16 + 1$ jest równa

☐ A. 3

☐ B. $\frac{3}{2}$

☐ C. $\log_8 17$

☒ D. $\frac{7}{3}$

Zadanie 5. (1 pkt)

Wspólnym pierwiastkiem równań $(x^2 - 1)(x - 10)(x - 5) = 0$ oraz $\frac{2x - 10}{x - 1} = 0$ jest liczba

☐ A. -1

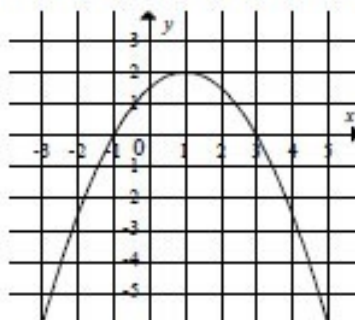
☐ B. 1

☒ C. 5

☐ D. 10

Zadanie 6. (1 pkt)Funkcja liniowa $f(x) = (m^2 - 4)x + 2$ jest malejąca, gdy

- A. $m \in \{-2, 2\}$ **B.** $m \in (-2, 2)$ C. $m \in (-\infty, -2)$ D. $m \in (2, +\infty)$

Zadanie 7. (1 pkt)Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f .Funkcja f jest określona wzorem

- A. $f(x) = \frac{1}{2}(x+3)(x-1)$ B. $f(x) = \frac{1}{2}(x-3)(x+1)$
 C. $f(x) = -\frac{1}{2}(x+3)(x-1)$ **D.** $f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)(x+1)$

Zadanie 8. (1 pkt)Punkt $C = (0, 2)$ jest wierzchołkiem trapezu $ABCD$, którego podstawa AB jest zawarta w prostej o równaniu $y = 2x - 4$. Wskaż równanie prostej zawierającej podstawę CD .

- A. $y = \frac{1}{2}x + 2$ B. $y = -2x + 2$ C. $y = -\frac{1}{2}x + 2$ **D.** $y = 2x + 2$

Zadanie 9. (1 pkt)Dla każdej liczby x , spełniającej warunek $-3 < x < 0$, wyrażenie $\frac{|x+3| - x + 3}{x}$ jest równe

- A. 2 B. 3 C. $-\frac{6}{x}$ **D.** $\frac{6}{x}$

Zadanie 10. (1 pkt)Pierwiastki x_1, x_2 równania $2(x+2)(x-2) = 0$ spełniają warunek

- A. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1$ **B.** $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 0$ C. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}$

Zadanie 11. (1 pkt)Liczby $2, -1, -4$ są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego (a_n) , określonego dla liczb naturalnych $n \geq 1$. Wzór ogólny tego ciągu ma postać

- A.** $a_n = -3n + 5$ B. $a_n = n - 3$ C. $a_n = -n + 3$ D. $a_n = 3n - 5$

Zadanie 12. (1 pkt)

Jeżeli trójkąty ABC i $A'B'C'$ są podobne, a ich pola są, odpowiednio, równe 25 cm^2 i 50 cm^2 , to skala podobieństwa $\frac{A'B'}{AB}$ jest równa

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ **C. $\sqrt{2}$** D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Zadanie 13. (1 pkt)

Liczby: $x-2$, 6 , 12 , w podanej kolejności, są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Liczba x jest równa

- A. 0 B. 2 C. 3 **D. 5**

Zadanie 14. (1 pkt)

Jeżeli α jest kątem ostrym oraz $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{5}$, to wartość wyrażenia $\frac{3 \cos \alpha - 2 \sin \alpha}{\sin \alpha - 5 \cos \alpha}$ jest równa

- A. $-\frac{11}{23}$** B. $\frac{24}{5}$ C. $-\frac{23}{11}$ D. $\frac{5}{24}$

Zadanie 15. (1 pkt)

Liczba punktów wspólnych okręgu o równaniu $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$ z osiami układu współrzędnych jest równa

- A. 0 **B. 1** C. 2 D. 4

Zadanie 16. (1 pkt)

Wysokość trapezu równoramiennego o kącie ostrym 60° i ramieniu długości $2\sqrt{3}$ jest równa

- A. $\sqrt{3}$ **B. 3** C. $2\sqrt{3}$ D. 2

Zadanie 17. (1 pkt)

Kąt środkowy oparty na łuku, którego długość jest równa $\frac{4}{9}$ długości okręgu, ma miarę

- A. 160°** B. 80° C. 40° D. 20°

Zadanie 18. (1 pkt)

O funkcji liniowej f wiadomo, że $f(1) = 2$. Do wykresu tej funkcji należy punkt $P = (-2, 3)$.

Wzór funkcji f to

- A. $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$** B. $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$ C. $f(x) = -3x + 7$ D. $f(x) = -2x + 4$

Zadanie 19. (1 pkt)

Jeżeli ostrosłup ma 10 krawędzi, to liczba ścian bocznych jest równa

- A. 5** B. 7 C. 8 D. 10

Zadanie 20. (1 pkt)

Stożek i walec mają takie same podstawy i równe pola powierzchni bocznych. Wtedy tworząca stożka jest

- A. sześć razy dłuższa od wysokości walca.
- B. trzy razy dłuższa od wysokości walca.
- ☒ C. dwa razy dłuższa od wysokości walca.
- D. równa wysokości walca.

Zadanie 21. (1 pkt)

Liczba $\left(\frac{1}{(\sqrt[3]{729} + \sqrt[4]{256} + 2)^0} \right)^{-2}$ jest równa

- A. $\frac{1}{225}$
- B. $\frac{1}{15}$
- ☒ C. 1
- D. 15

Zadanie 22. (1 pkt)

Do wykresu funkcji, określonej dla wszystkich liczb rzeczywistych wzorem $y = -2^{x-2}$, należy punkt

- A. $A = (1, -2)$
- ☒ B. $B = (2, -1)$
- C. $C = \left(1, \frac{1}{2}\right)$
- D. $D = (4, 4)$

Zadanie 23. (1 pkt)

Jeżeli A jest zdarzeniem losowym, a A' – zdarzeniem przeciwnym do zdarzenia A oraz zachodzi równość $P(A) = 2 \cdot P(A')$, to

- ☒ A. $P(A) = \frac{2}{3}$
- B. $P(A) = \frac{1}{2}$
- C. $P(A) = \frac{1}{3}$
- D. $P(A) = \frac{1}{6}$

Zadanie 24. (1 pkt)

Na ile sposobów można wybrać dwóch graczy spośród 10 zawodników?

- A. 100
- B. 90
- ☒ C. 45
- D. 20

Zadanie 25. (1 pkt)

Mediana zestawu danych 2, 12, a , 10, 5, 3 jest równa 7. Wówczas

- A. $a = 4$
- B. $a = 6$
- C. $a = 7$
- ☒ D. $a = 9$

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 26. do 34. należy zapisać
w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (2 pkt)

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = 2x^2 + bx + c$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt $W = (4, 0)$. Oblicz wartości współczynników b i c .

26

$$f(x) = 2x^2 + bx + c$$

$$W = (4, 0)$$

$$f(4) = 0$$

$$2 \cdot 16 + 4b + c = 0$$

$$32 + 4b + c = 0$$

$$c = -4b - 32$$

$$W = (p, q)$$

$$p = \frac{-b}{2a} = 4$$

$$\frac{-b}{4} = 4 \quad | \cdot 4$$

$$\underline{b = -16}$$

$$c = 64 - 32 = \underline{32}$$

Odp: $b = -16$ $c = 32$

Zadanie 27. (2 pkt)

Rozwiąż równanie $9x^3 + 18x^2 - 4x - 8 = 0$.

$$\begin{aligned}9x^3 + 18x^2 - 4x - 8 &= 0 \\9x^2(x+2) - 4(x+2) &= 0 \\(9x^2 - 4)(x+2) &= 0 \\(3x-2)(3x+2)(x+2) &= 0 \\x = \frac{2}{3} \quad x = -\frac{2}{3} \quad x &= -2\end{aligned}$$

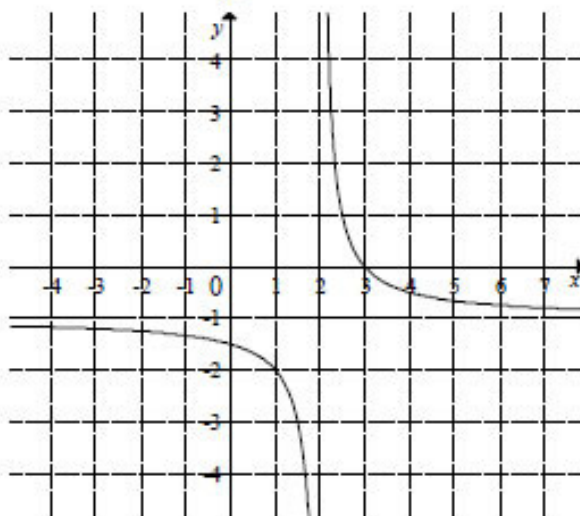
Zadanie 28. (2 pkt)

Udowodnij, że każda liczba całkowita k , która przy dzieleniu przez 7 daje resztę 2, ma tę własność, że reszta z dzielenia liczby $3k^2$ przez 7 jest równa 5.

$k \in \mathbb{C}$
zał. $k = 7m + 2$ Liczba podzielna przez 7, która daje resztę 2
T: $3k^2 = 7a + 5$
D: $3(7m+2)^2 = 3(49m^2 + 28m + 4) = 147m^2 + 84m + 12 = 7(21m^2 + 12m + 1) + 5 =$
 $= 7a + 5$, gdzie $a = 21m^2 + 12m + 1$ | ~~jest~~ liczba podz. przez 7

Zadanie 29. (2 pkt)

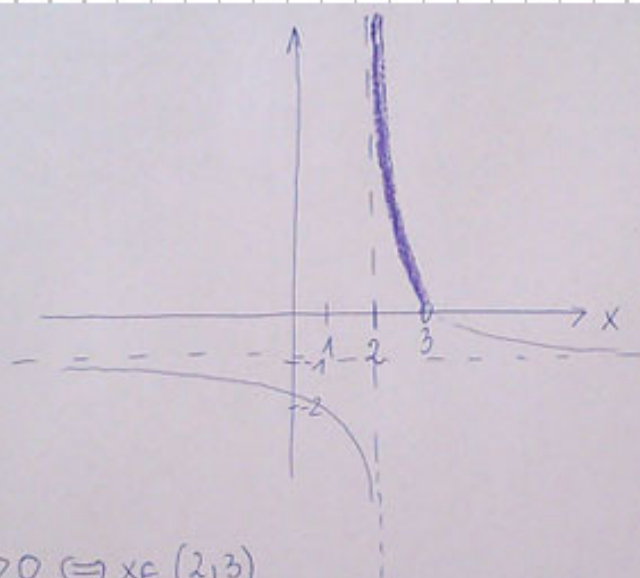
Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji f , który powstał w wyniku przesunięcia wykresu funkcji określonej wzorem $y = \frac{1}{x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$.



- Odczytaj z wykresu i zapisz zbiór tych wszystkich argumentów, dla których wartości funkcji f są większe od 0.
- Podaj miejsce zerowe funkcji g określonej wzorem $g(x) = f(x-3)$.



29.



a) $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (2, 3)$

b) $g(x) = f(x-3)$

przesuwamy wykres funkcji $f(x)$ o wektor $[3, 0]$. Miejsce zerowe to 6.

$x = 6$.

Autor rozwiązania Barbara Tobiasz

Zadanie 30. (2 pkt)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A , polegającego na wylosowaniu liczb, z których pierwsza jest większa od drugiej o 4 lub 6.

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$\bar{\Omega} = 8^2 = 64$$

Wariacja dwukrotna z powtórzeniami ze zbioru 8-elementowego
 A - pierwsza liczba większa od drugiej o 4 lub o 6.

$$A = \{(5, 1) (7, 1) (6, 2) (8, 2) (7, 3) (8, 4)\}$$

$$\bar{A} = 6$$

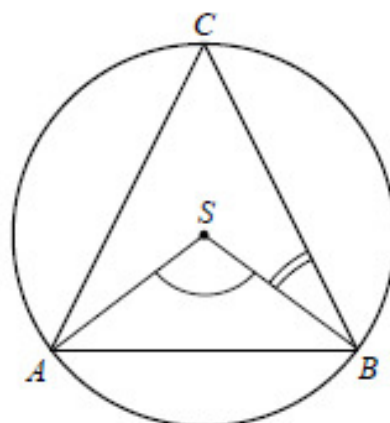
$$P(A) = \frac{\bar{A}}{\bar{\Omega}}$$

$$P(A) = \frac{6}{64} = \frac{3}{32}$$

Odp. Prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia wynosi $\frac{3}{32}$.

Zadanie 31. (2 pkt)

Środek S okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym ABC , o ramionach AC i BC , leży wewnątrz tego trójkąta (zobacz rysunek).



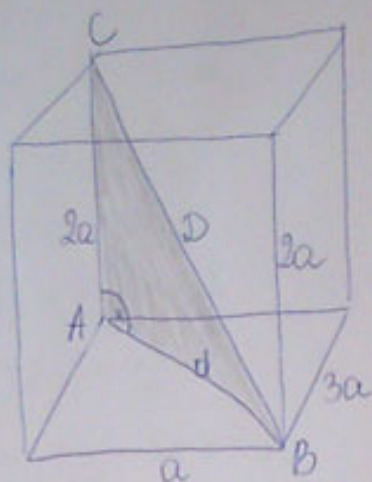
Wykaż, że miara kąta wypukłego ASB jest cztery razy większa od miary kąta wypukłego SBC .

31

$\angle ASB = 4 \angle SBC$ $\angle SAC = \angle SBC$
 $\angle \text{wypł. wklęsty } ASB = 360^\circ - \angle ASB$
 $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle ASB$
 $\angle ACB + \angle CAS + \angle \text{wklęsty } ASB + \angle SBC = 360^\circ$
 $\frac{1}{2} \angle ASB + 2 \angle SBC + 360^\circ - \angle ASB = 360^\circ$
 $2 \angle SBC - \frac{1}{2} \angle ASB = 0 \quad | \cdot 2$
 $4 \angle SBC - \angle ASB = 0$
 $\angle ASB = 4 \angle SBC$

Zadanie 32. (4 pkt)

Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jest równe 198. Stosunki długości krawędzi prostopadłościanu wychodzących z tego samego wierzchołka prostopadłościanu to $1 : 2 : 3$. Oblicz długość przekątnej tego prostopadłościanu.



Dane:
 $P_c = 198$

Szukane:
 D

$$P_c = 2 \cdot 2a \cdot 3a + 2 \cdot a \cdot 2a + 2 \cdot a \cdot 3a$$

$$198 = 22a^2 \quad | :22$$

$$9 = a^2$$

$$a = 3 \quad a > 0$$

$$(3a)^2 + a^2 = d^2$$

$$81 + 9 = d^2$$

$$90 = d^2$$

z ΔABC

$$(2a)^2 + d^2 = D^2$$

$$36 + 90 = D^2$$

$$126 = D^2$$

$$D = 3\sqrt{14}$$

Przekątna prostopadłościanu wynosi $3\sqrt{14}$.

Rozwiązła Barbara Tobiasz

nauczyciel matematyki z okolic Kieka
z Kocmykosa

Odpowiedź:

Zadanie 33. (5 pkt)

Turysta zwiedzał zamek stojący na wzgórzu. Droga łącząca parking z zamkiem ma długość 2,1 km. Łączny czas wędrowki turysty z parkingu do zamku i z powrotem, nie licząc czasu poświęconego na zwiedzanie, był równy 1 godzinę i 4 minuty. Oblicz, z jaką średnią prędkością turysta wchodził na wzgórze, jeżeli prędkość ta była o $1 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ mniejsza od średniej prędkości, z jaką schodził ze wzgórza.

$$\begin{cases} t = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} \\ v_1 - 1 = v_2 \\ \frac{16}{15} = \frac{2,1}{v_1} + \frac{2,1}{v_2} \\ v_1 - 1 = v_2 \end{cases}$$

v_1 - prędkość schodzenia

$v_2 = v_1 - 1$ - prędkość wychodzenia

$$1 \text{ h i } 4 \text{ min} = \frac{64}{60} = 1 \frac{1}{15} = \frac{16}{15}$$

$$16v_2^2 - 47v_2 - 31,5 = 0$$

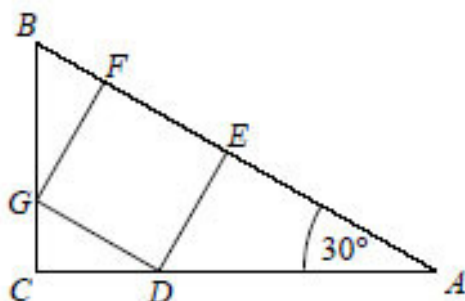
$$\Delta = 4225 \quad \sqrt{\Delta} = 65$$

$$v_2 = \frac{47 + 65}{32} = 3,5$$

prędkość wychodzenia wynosi 3,5 km/h

Zadanie 34. (4 pkt)

Kąt CAB trójkąta prostokątnego ACB ma miarę 30° . Pole kwadratu $DEFG$, wpisanego w ten trójkąt (zobacz rysunek), jest równe 4. Oblicz pole trójkąta ACB .



34

$P_{\square} = 4$
 $|DE| = 2$

$\sin 30^\circ = \frac{2}{|AD|}$
 $\frac{1}{2} = \frac{2}{|AD|}$
 $|AD| = 4$

$\cos 30^\circ = \frac{|CD|}{2}$
 $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{|CD|}{2}$
 $|CD| = \sqrt{3}$

$|AC| = 4 + \sqrt{3}$ - potrzebna twórczość CAB.

tw. TALESA
 $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{|BG| + 1}{4 + \sqrt{3}}$
 $(|BG| + 1)\sqrt{3} = 4 + \sqrt{3}$
 $\sqrt{3}|BG| + \sqrt{3} = 4 + \sqrt{3}$
 $\sqrt{3}|BG| = 4$ $|\cdot \sqrt{3}|$
 $|BG| = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$|BC| = 1 + \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$P_{\triangle CAB} = \frac{1}{2} \cdot (4 + \sqrt{3}) \cdot \left(1 + \frac{4\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{1}{2} \left(4 + \frac{16\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} + 4\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(8 + \frac{16\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3}\right) =$
 $= 4 + \frac{8\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{24 + 16\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{6} = \frac{19\sqrt{3} + 24}{6}$

Autor rozwiązania zadania Barbara Tobiasz
 nauczyciel matematyki z ośrodka KRAKÓW