

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

Układ graficzny © CKE 2013

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*miejsce
na naklejkę*

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI**

POZIOM ROZSZERZONY

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 24 strony (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- | | |
|--------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | dostosowania kryteriów oceniania |
| <input type="checkbox"/> | nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę |

9 MAJA 2019

**Godzina rozpoczęcia:
9:00**

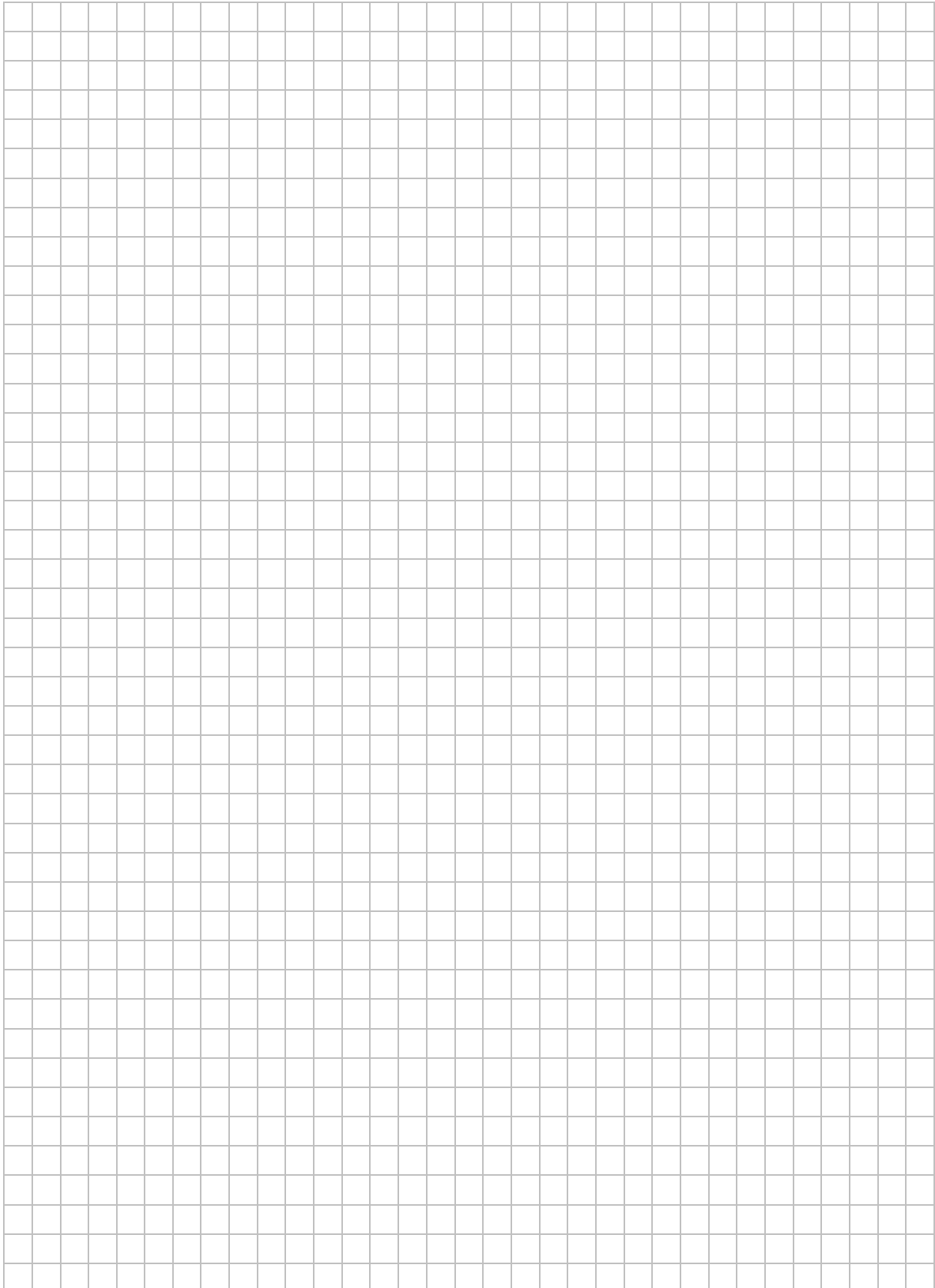
**Czas pracy:
180 minut**

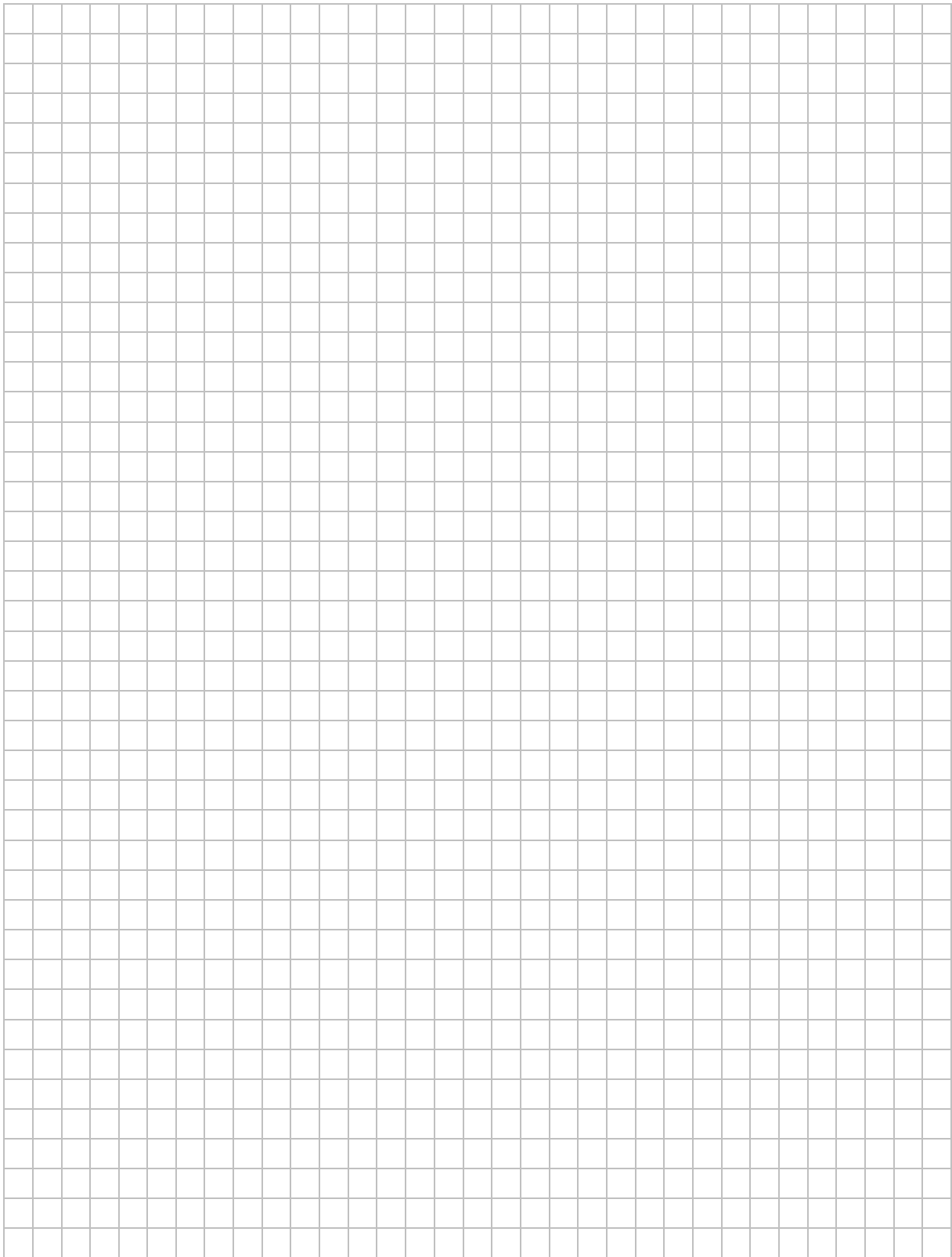
**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

MMA-R1_1P-192

Zadanie 1. (5 pkt)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{|x+2|}{x+2} - x + 3|x-1|$, dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq -2$. Wyznacz zbiór wartości tej funkcji.



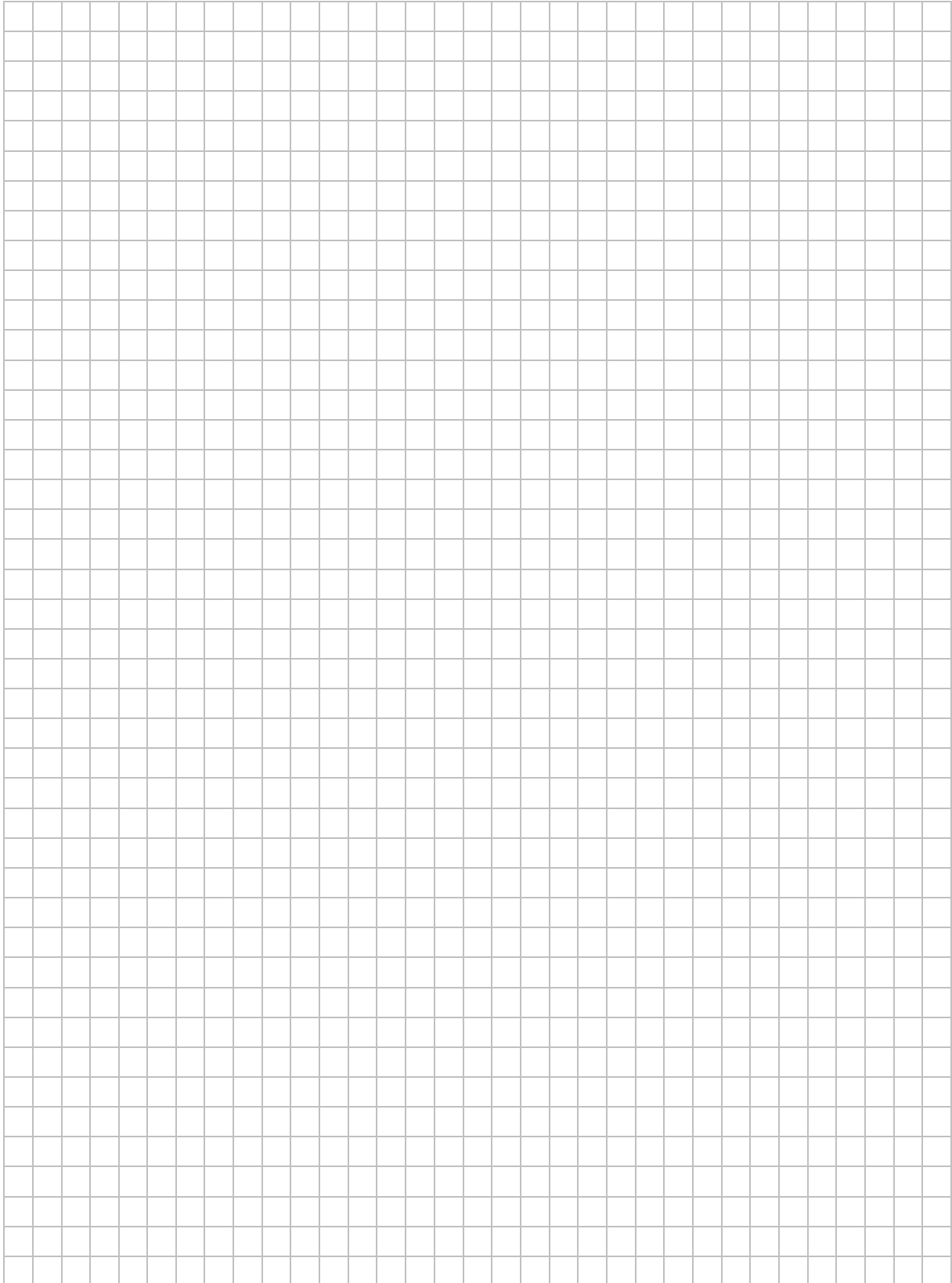


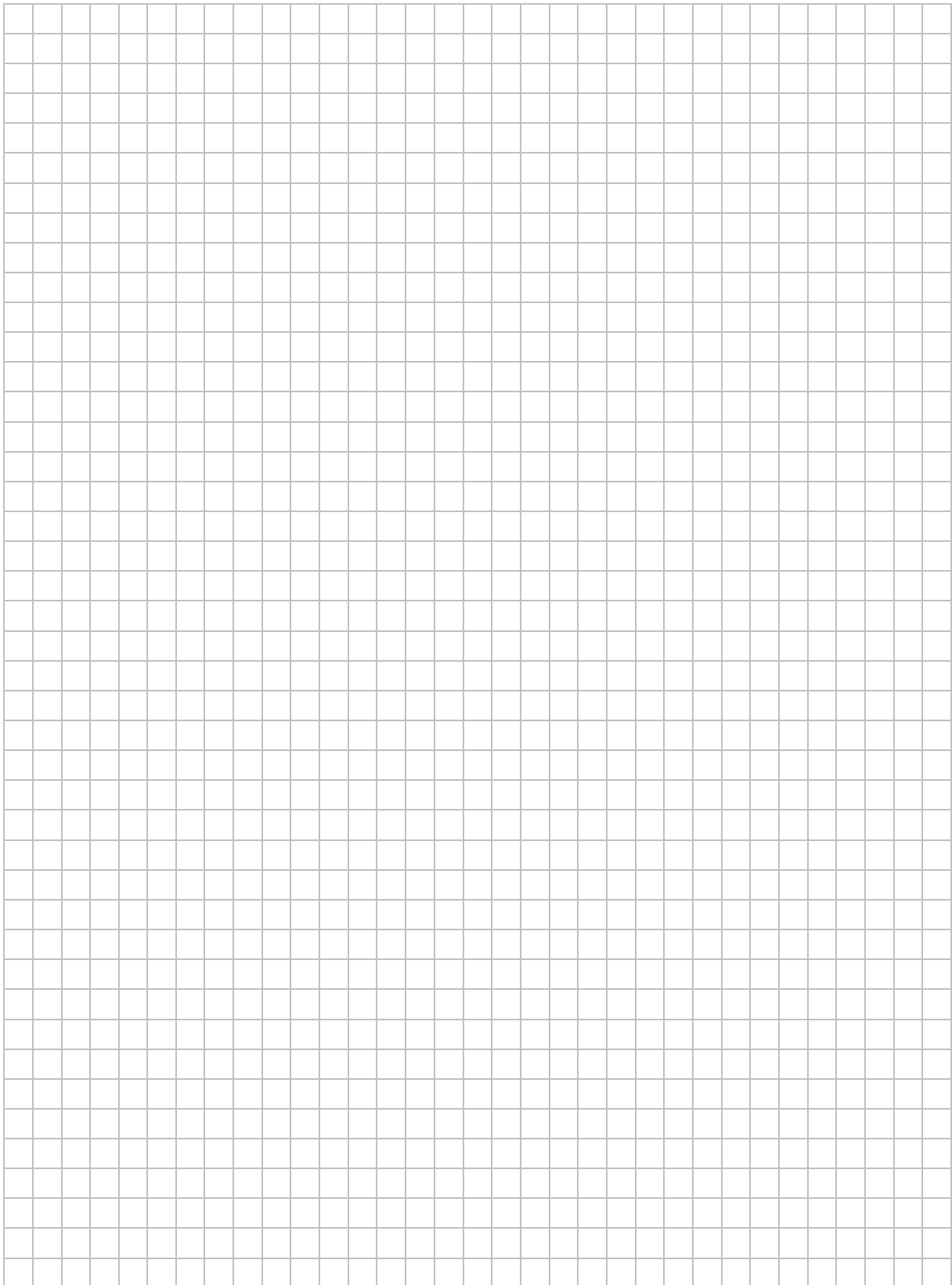
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	1.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 2. (3 pkt)

Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x i y , takich że $x < y$, i dowolnej dodatniej liczby rzeczywistej a prawdziwa jest nierówność $\frac{x+a}{y+a} + \frac{y}{x} > 2$.

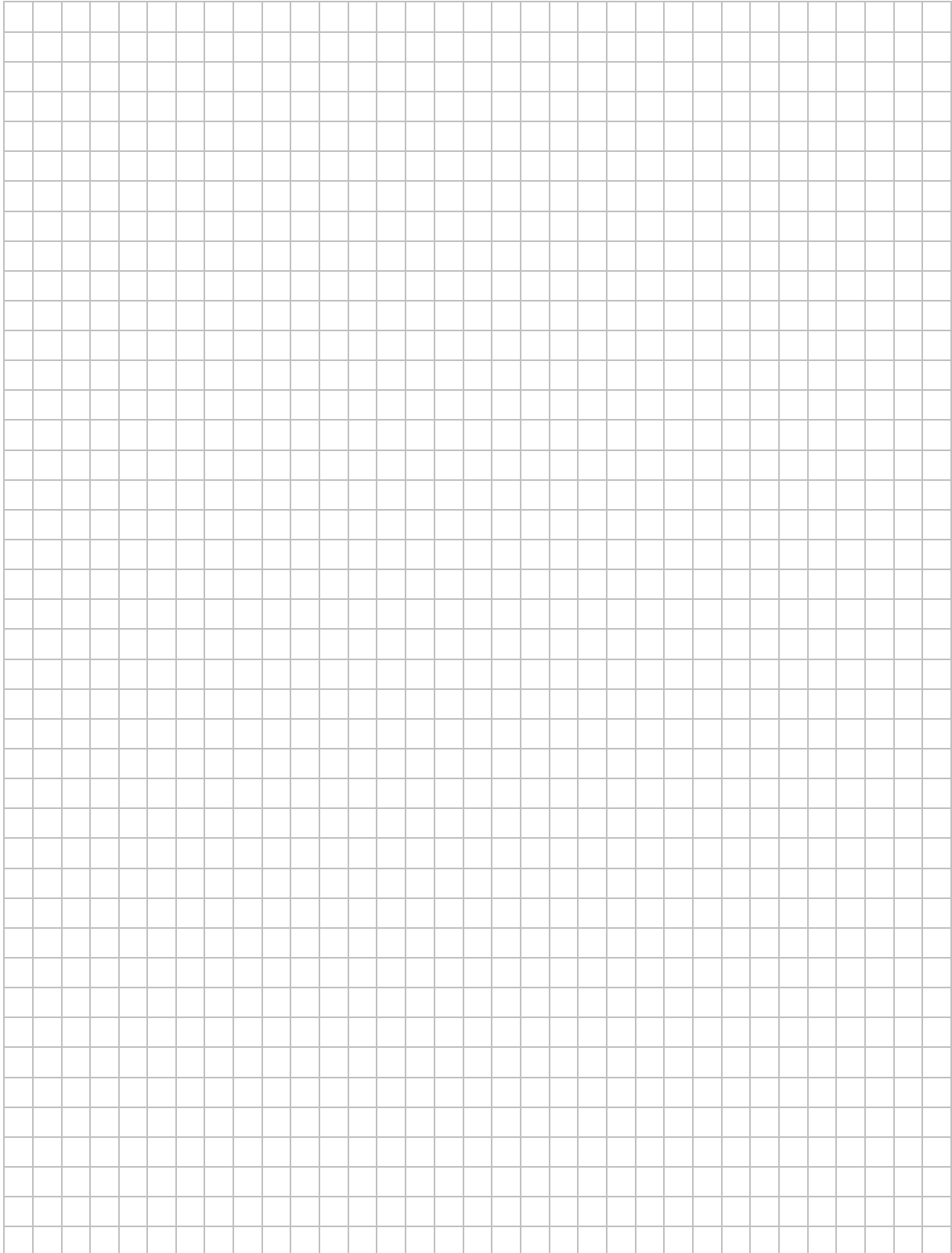


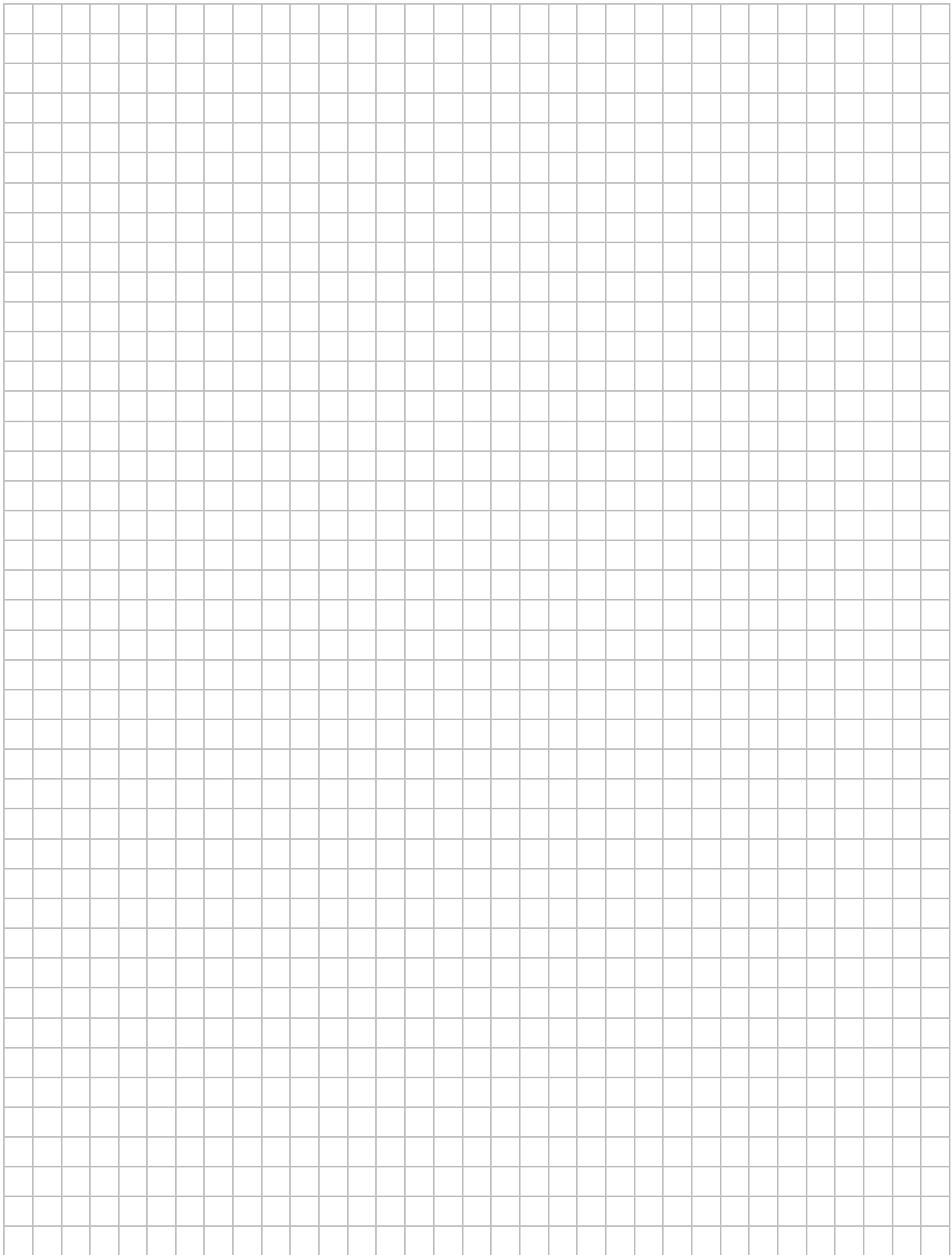


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	2.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 3. (3 pkt)

Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Na ramieniu AC tego trójkąta wybrano punkt M ($M \neq A$ i $M \neq C$), a na ramieniu BC wybrano punkt N , w taki sposób, że $|AM| = |CN|$. Przez punkty M i N poprowadzono proste prostopadłe do podstawy AB tego trójkąta, które wyznaczają na niej punkty S i T . Udowodnij, że $|ST| = \frac{1}{2}|AB|$.

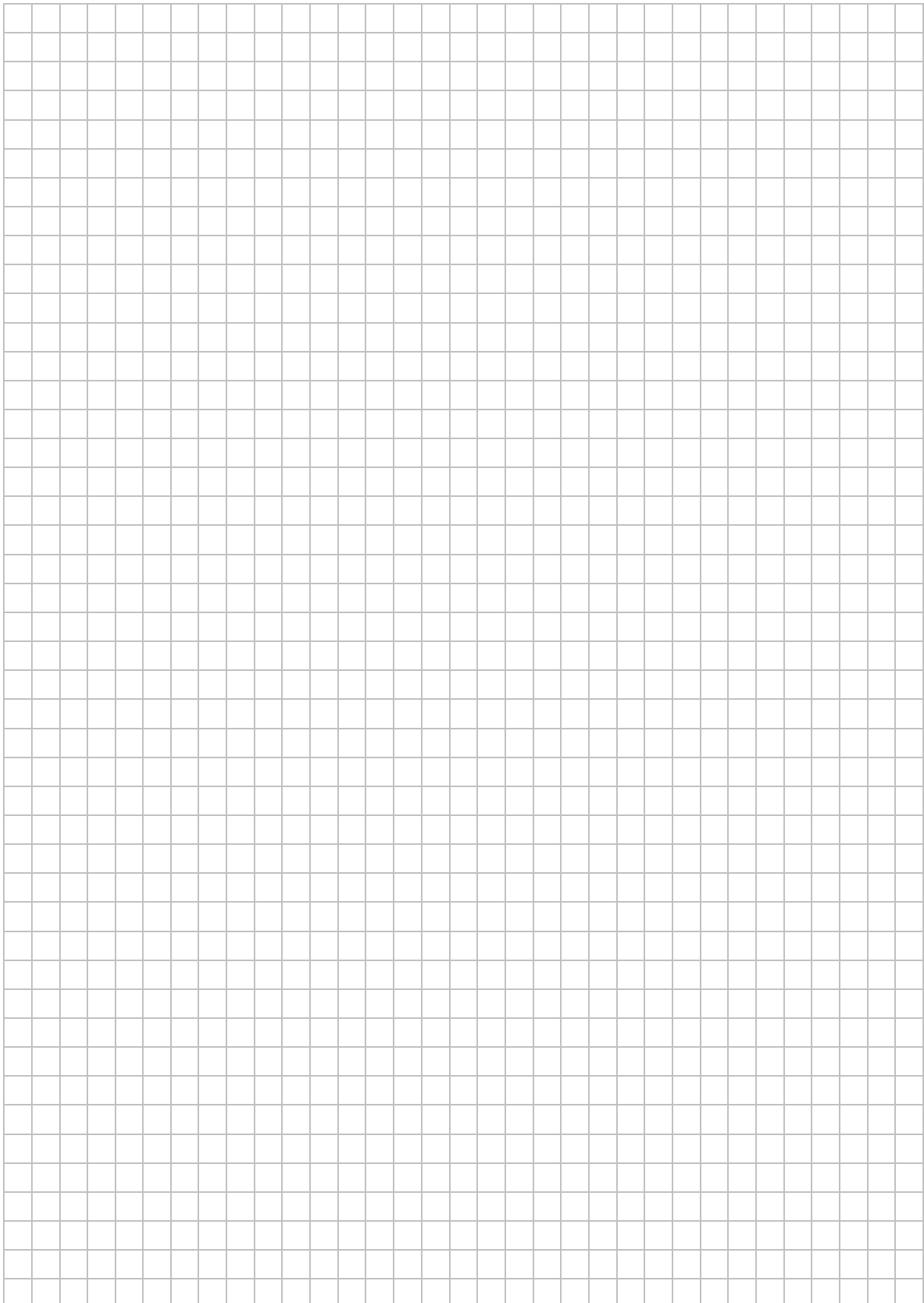


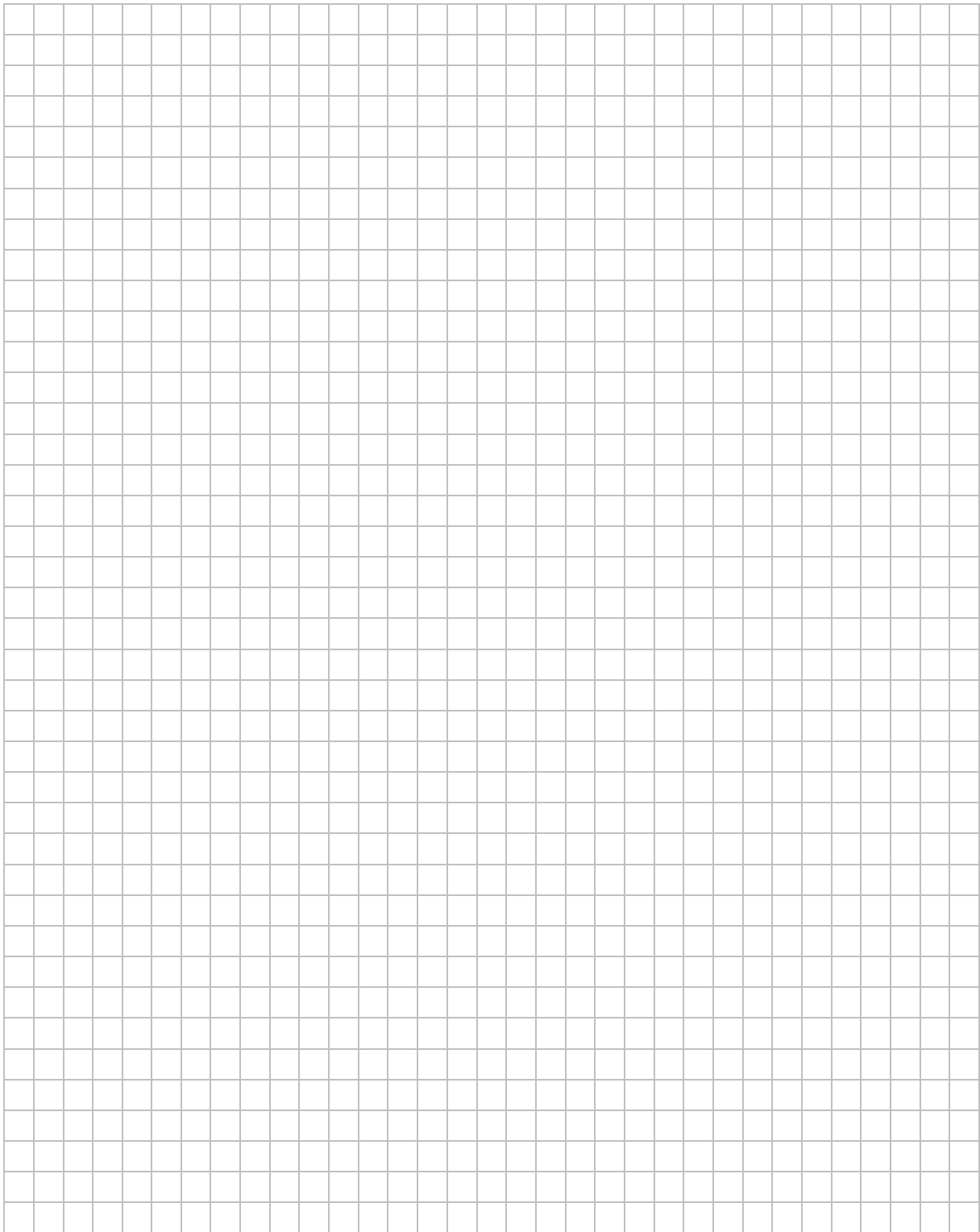


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	3.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 4. (5 pkt)

Ciąg (a, b, c) jest geometryczny, ciąg $(a + 1, b + 5, c)$ jest malejącym ciągiem arytmetycznym oraz $a + b + c = 39$. Oblicz a, b, c .



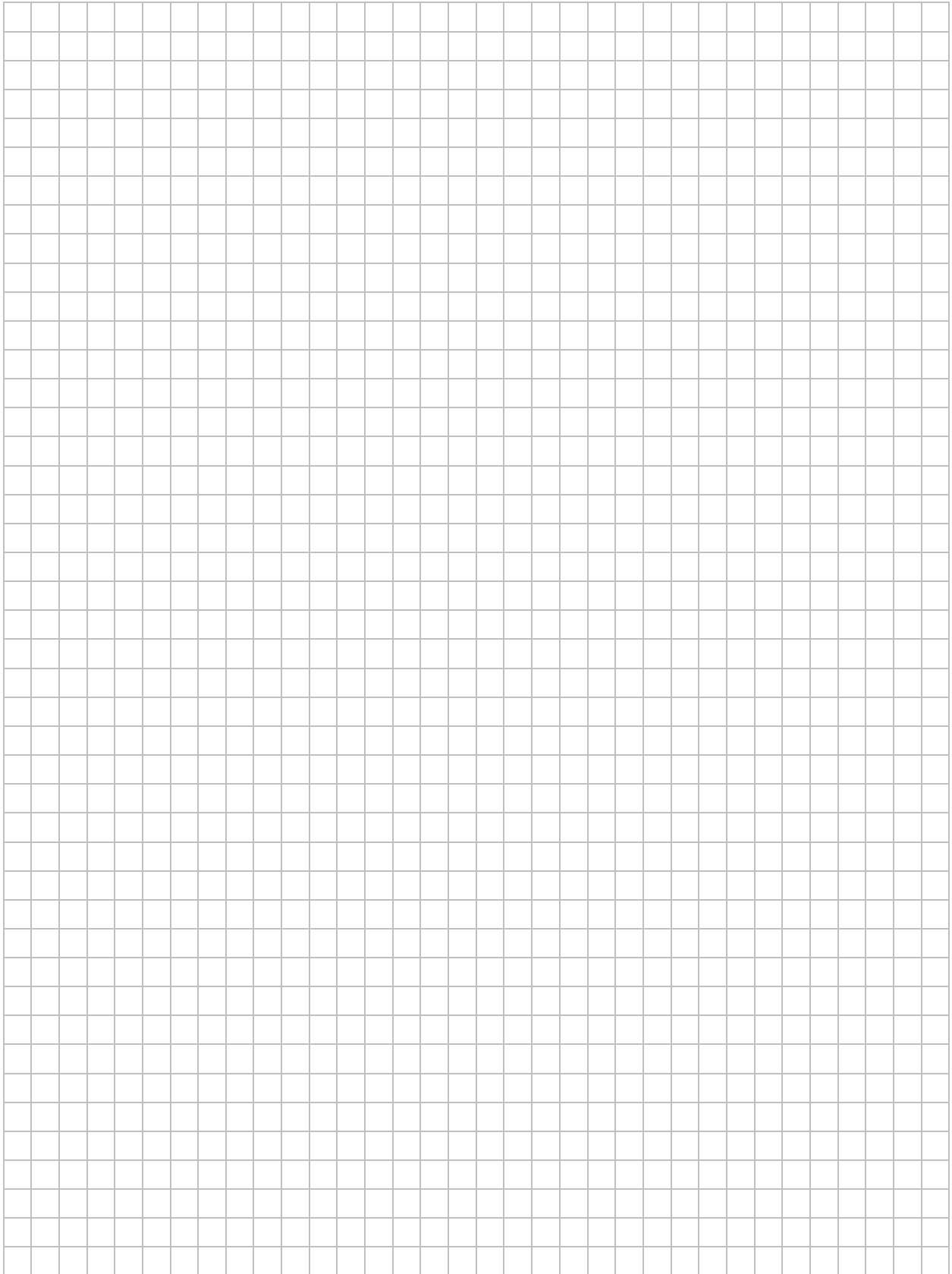


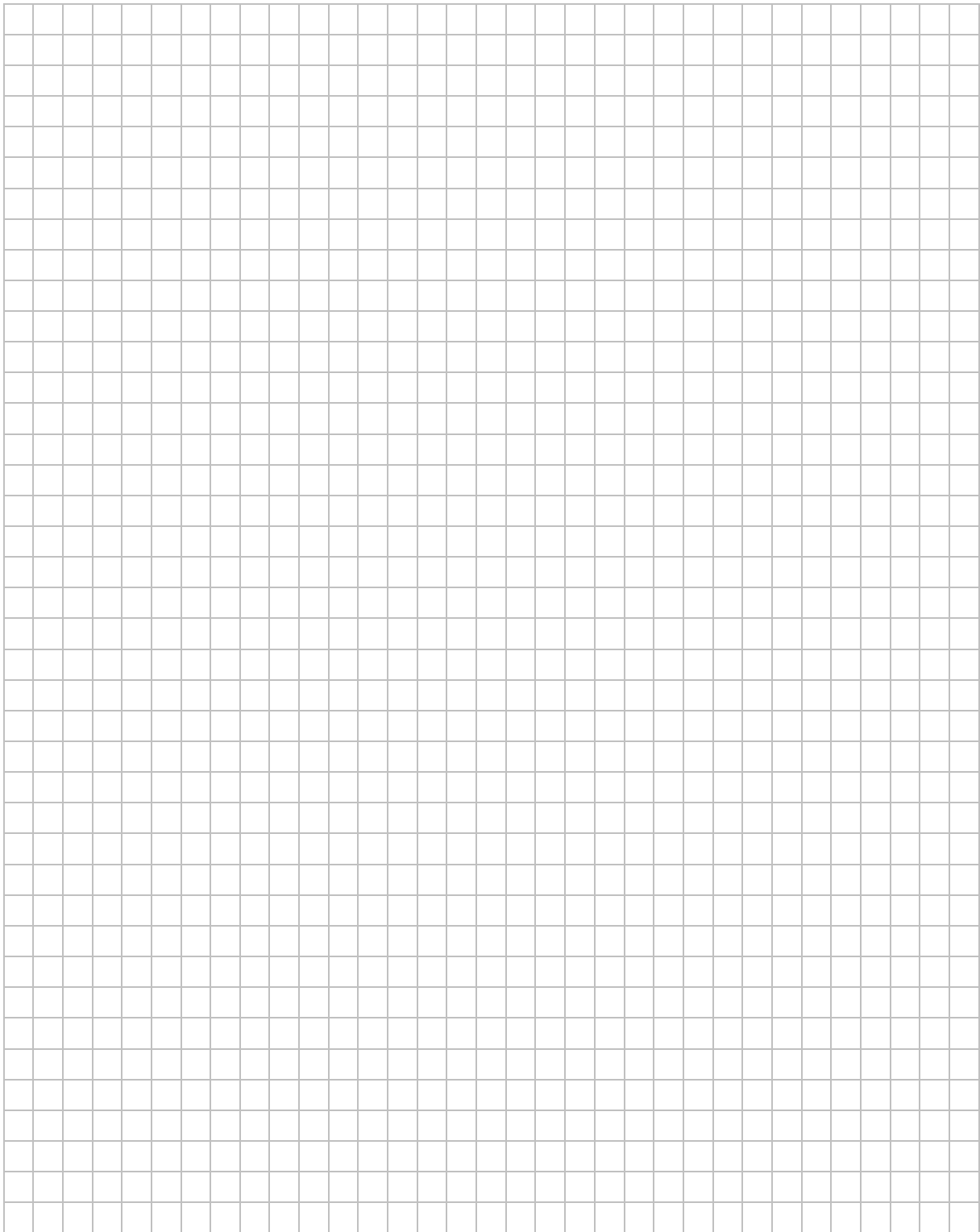
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	4.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 5. (6 pkt)

Dane są okręgi o równaniach $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 43 = 0$ i $x^2 + y^2 - 2ax + 4y + a^2 - 77 = 0$.
Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których te okręgi mają dokładnie jeden punkt wspólny. Rozważ wszystkie przypadki.



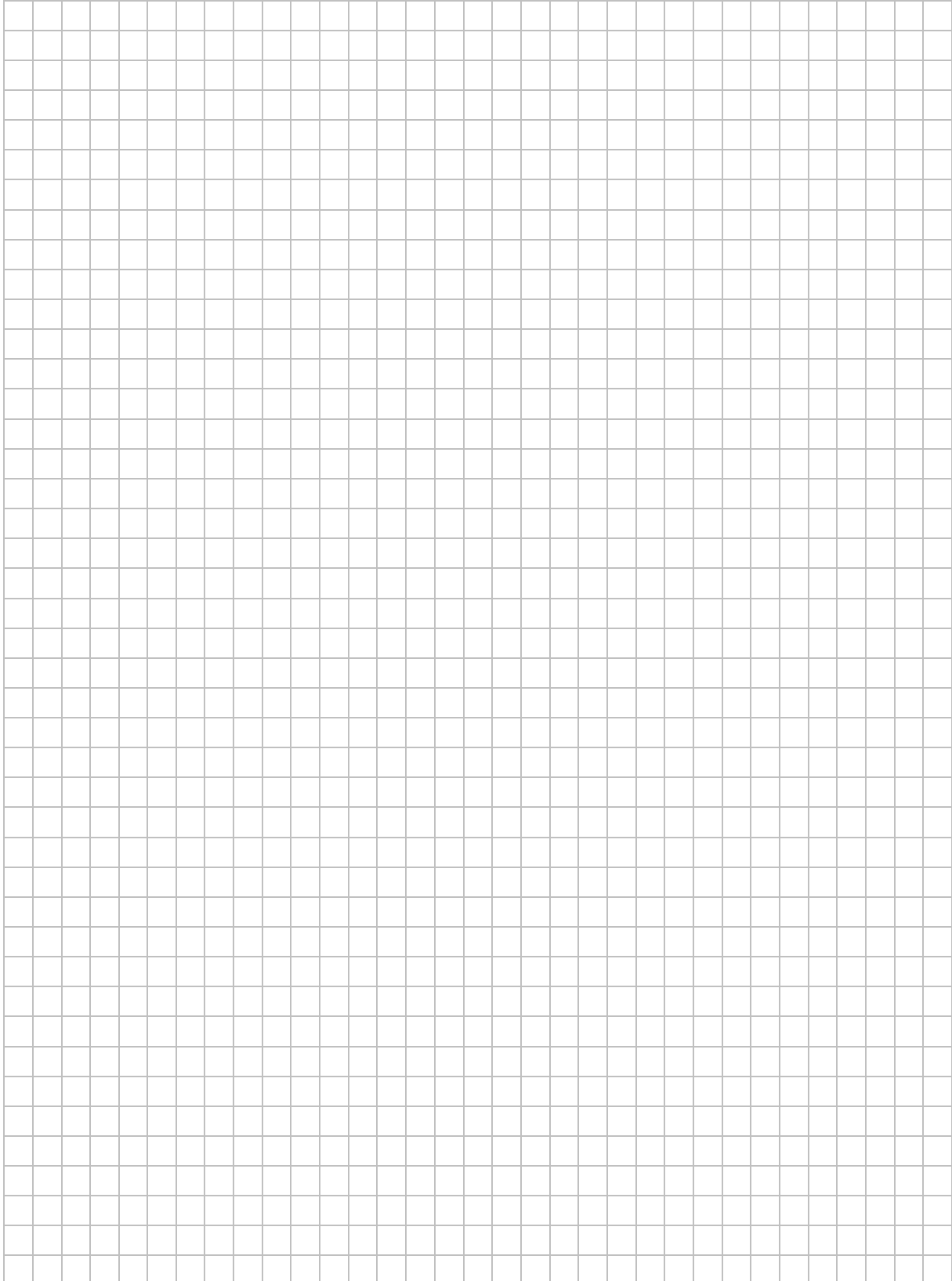


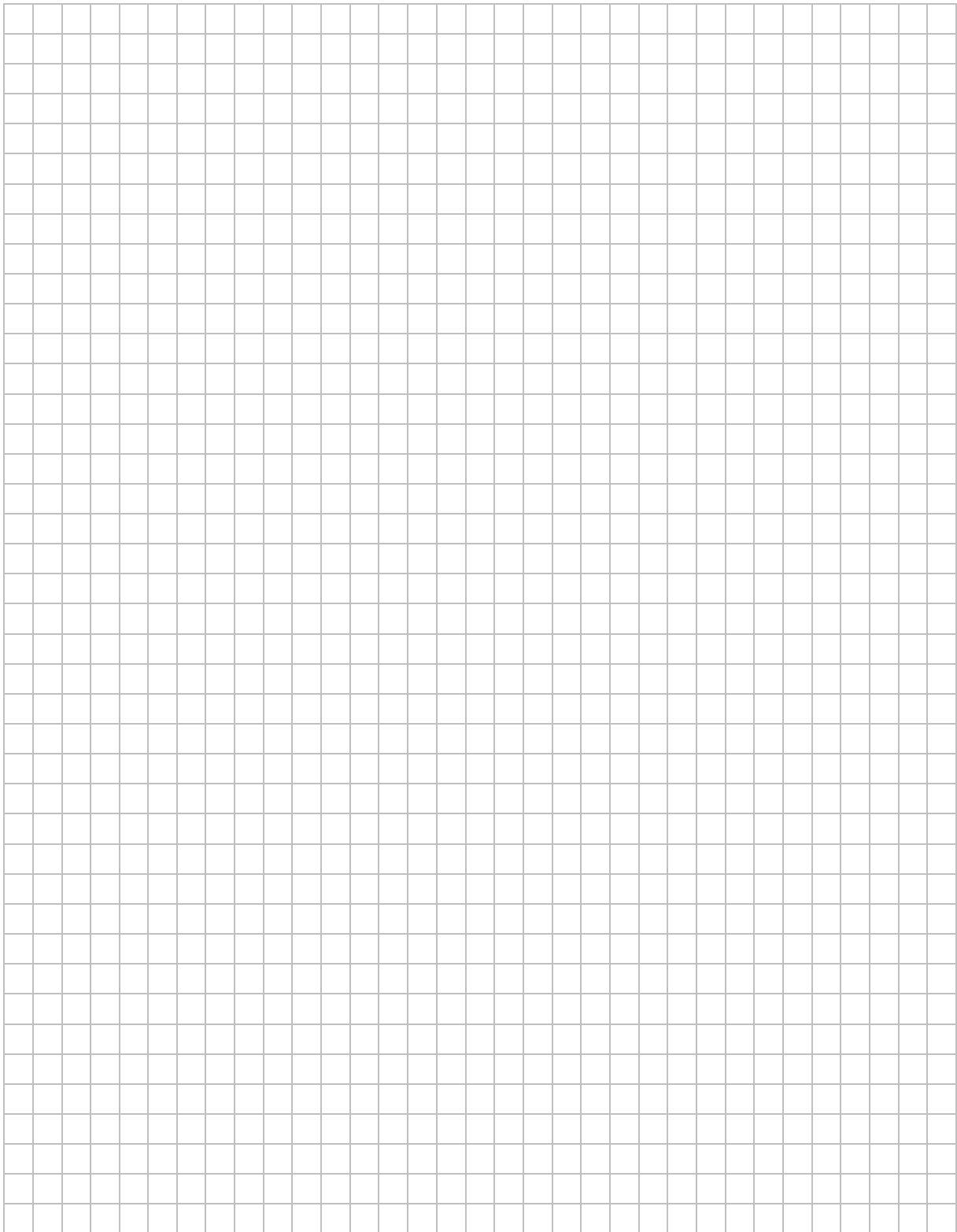
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 6. (5 pkt)

Wielomian określony wzorem $W(x) = 2x^3 + (m^3 + 2)x^2 - 11x - 2(2m + 1)$ jest podzielny przez dwumian $(x - 2)$ oraz przy dzieleniu przez dwumian $(x + 1)$ daje resztę 6. Oblicz m oraz pierwiastki wielomianu W dla wyznaczonej wartości m .



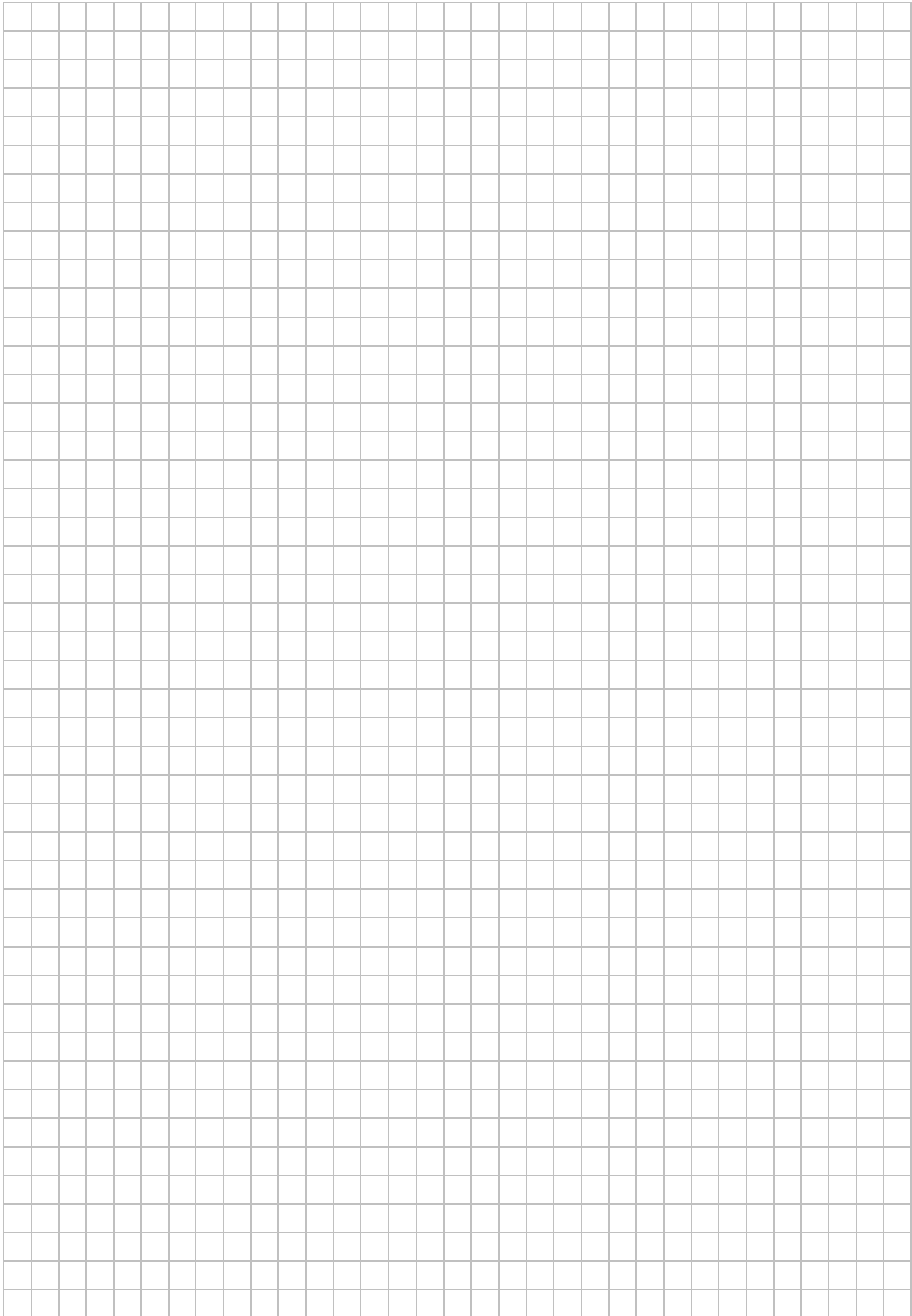


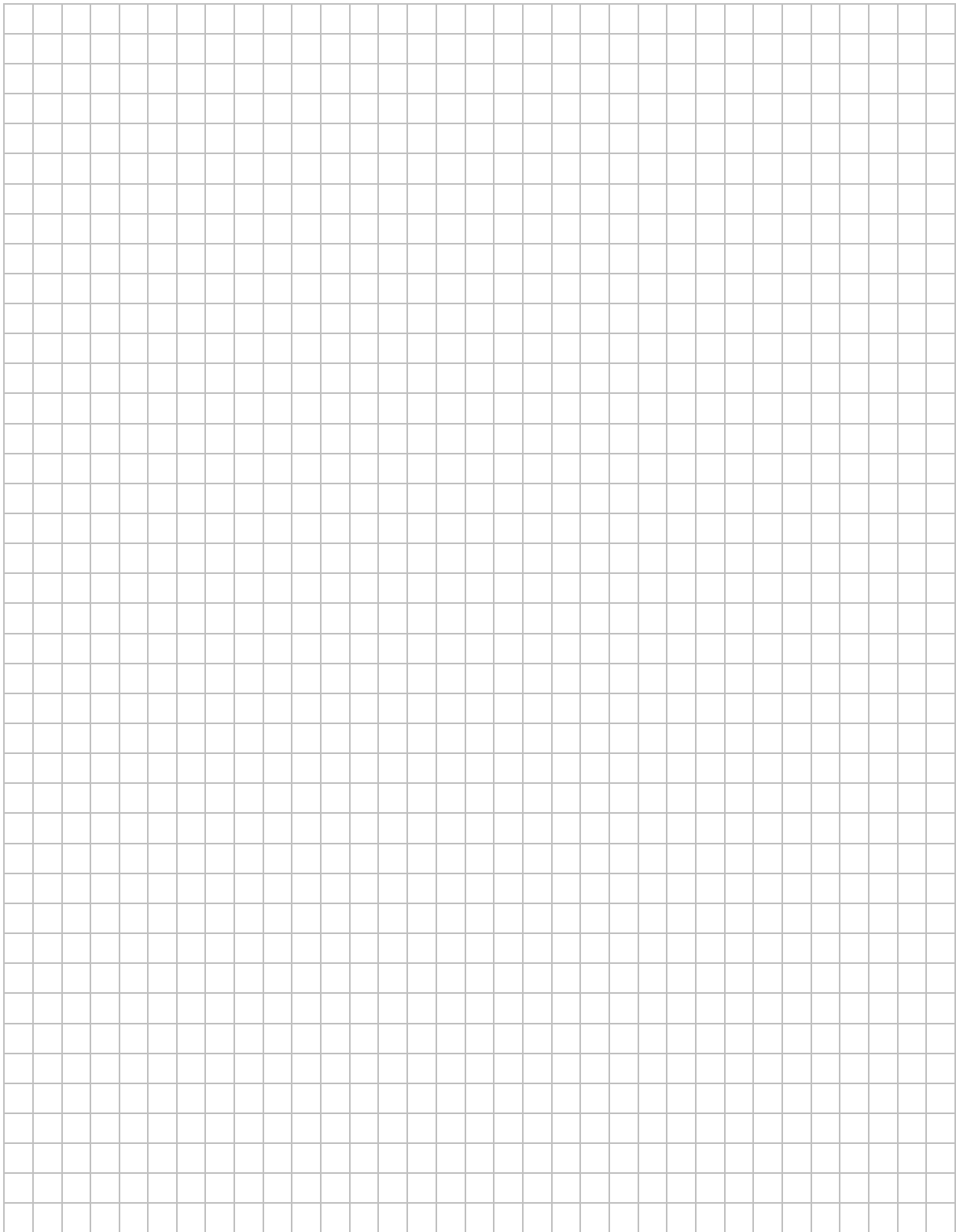
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 7. (4 pkt)

Rozwiąż równanie $\cos 2x = \sin x + 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



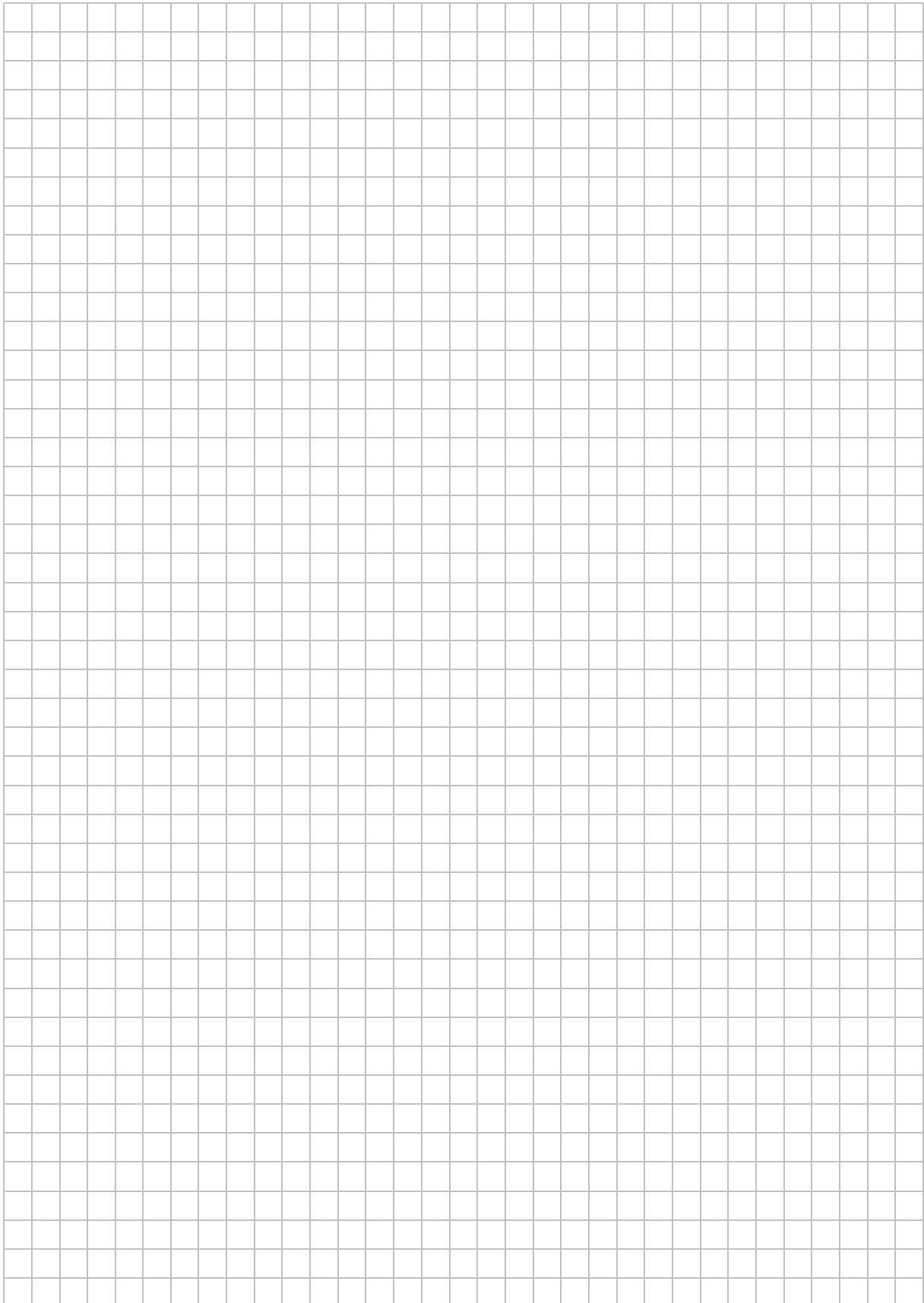


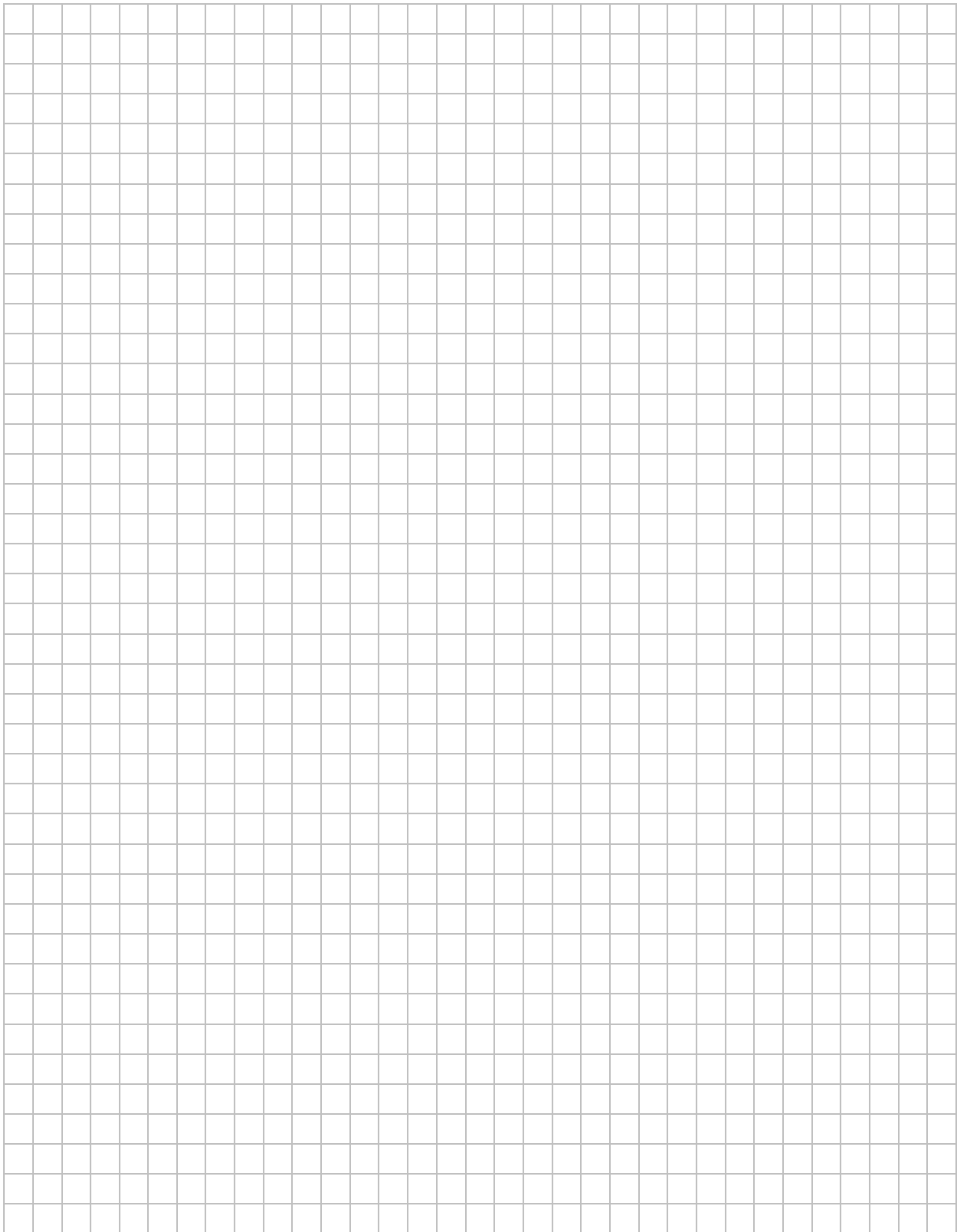
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	7.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 8. (4 pkt)

Punkt D leży na boku AB trójkąta ABC oraz $|AC|=16$, $|AD|=6$, $|CD|=14$ i $|BC|=|BD|$.
Oblicz obwód trójkąta ABC .





Odpowiedź:

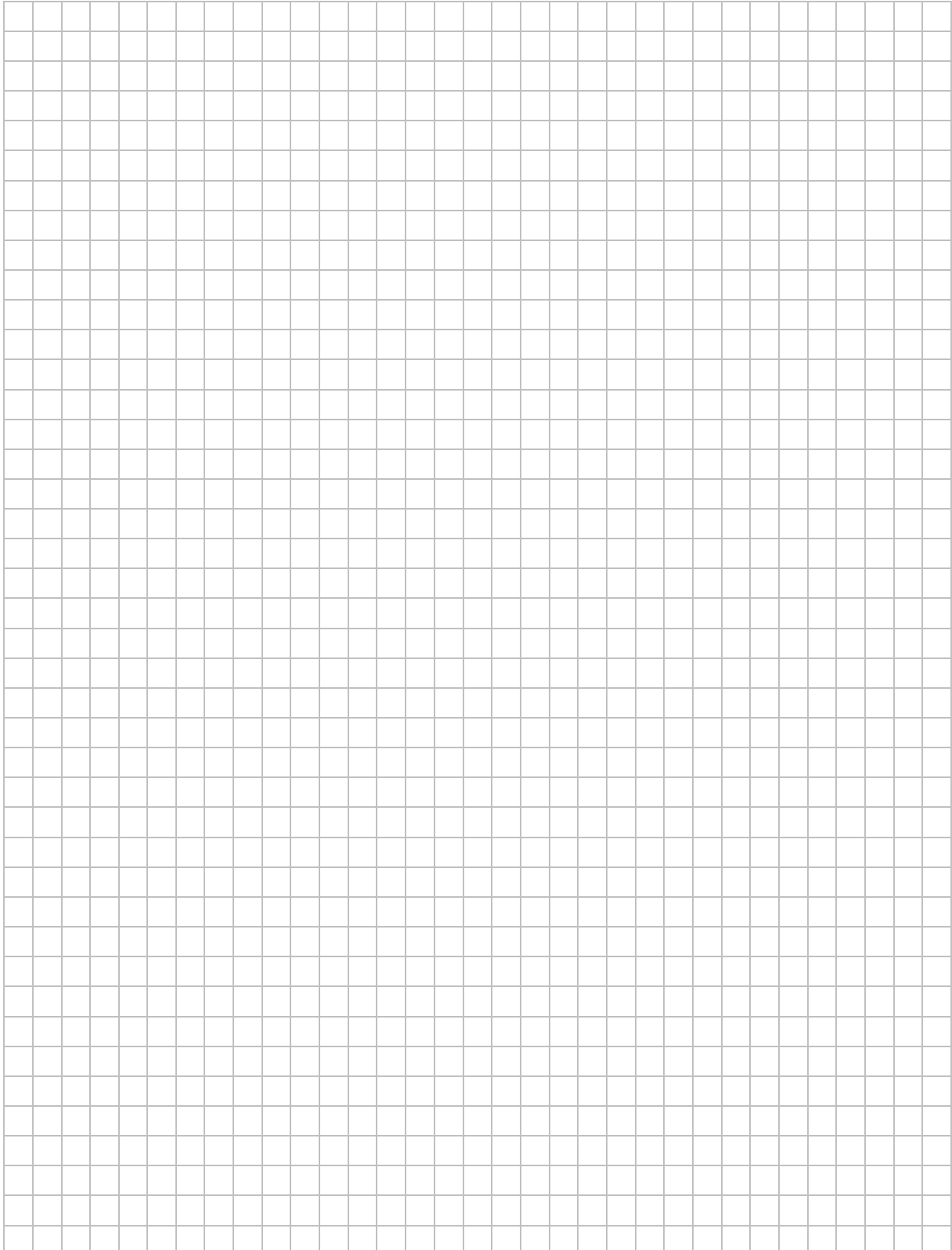
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

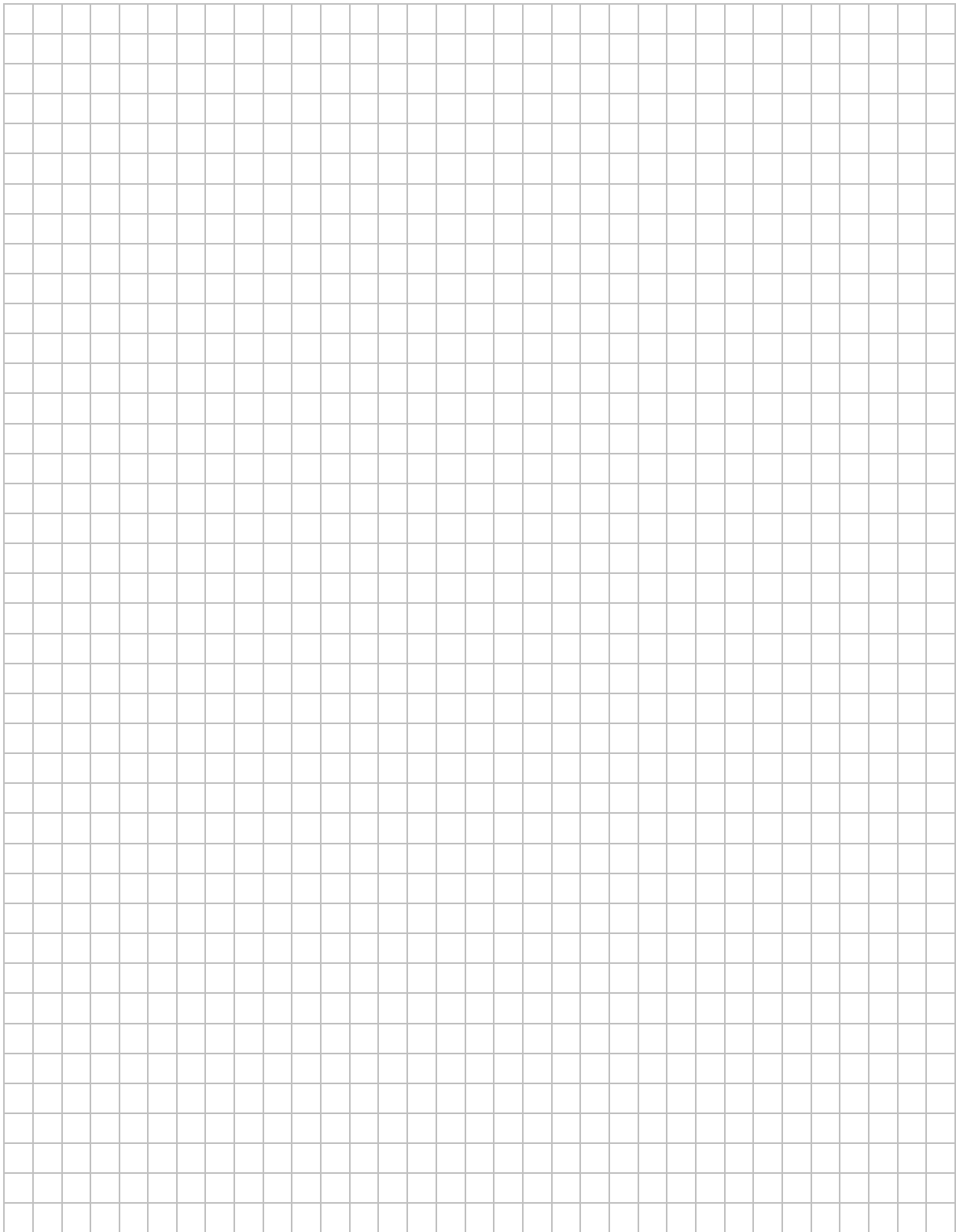
Zadanie 9. (6 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których funkcja kwadratowa f określona wzorem

$$f(x) = (2m+1)x^2 + (m+2)x + m - 3$$

ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek $(x_1 - x_2)^2 + 5x_1x_2 \geq 1$.



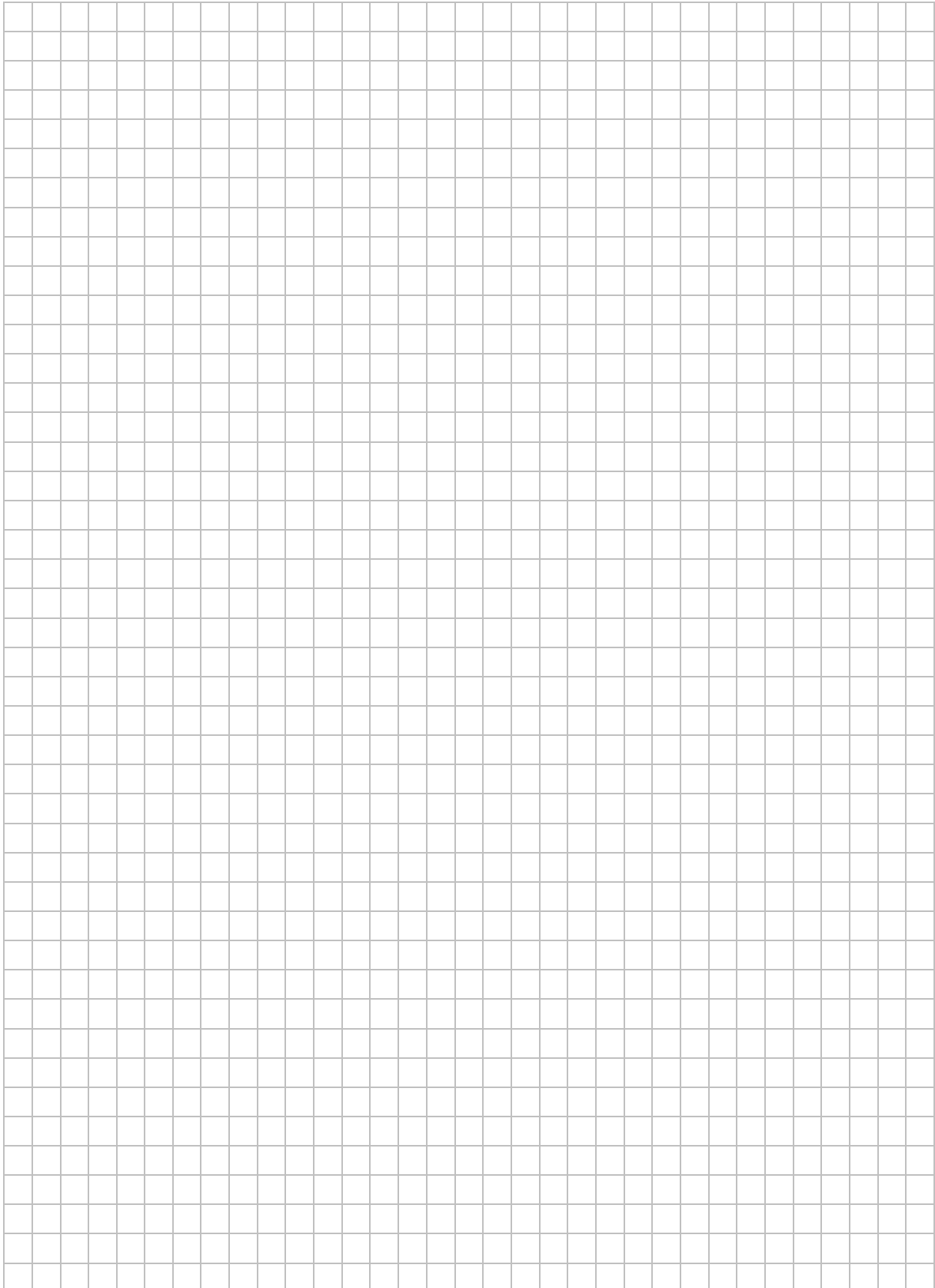


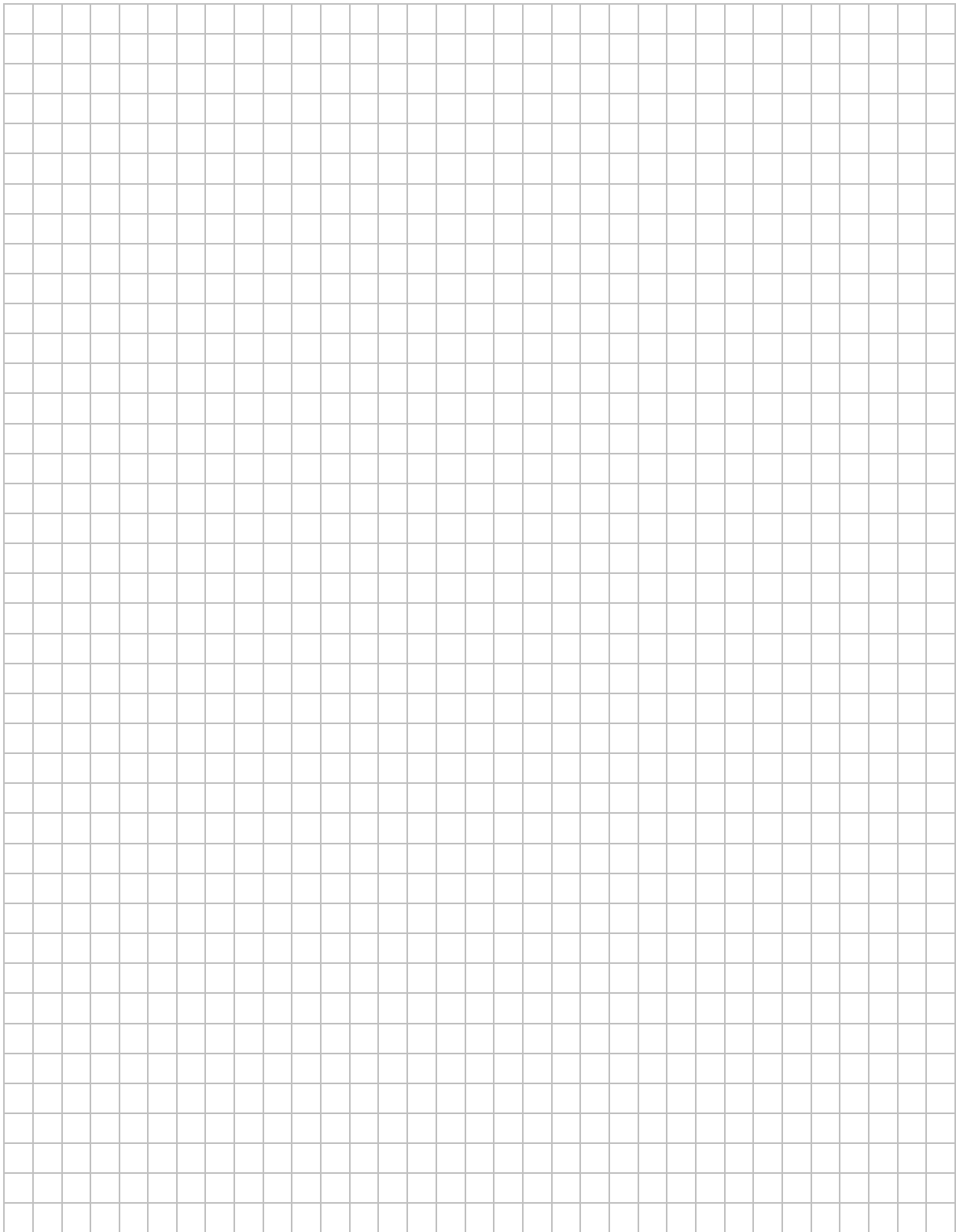
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 10. (3 pkt)

Ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ losujemy kolejno ze zwracaniem trzy liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że dokładnie dwie spośród trzech wylosowanych liczb będą równe. Wynik zapisz w postaci ułamka nieskracalnego.



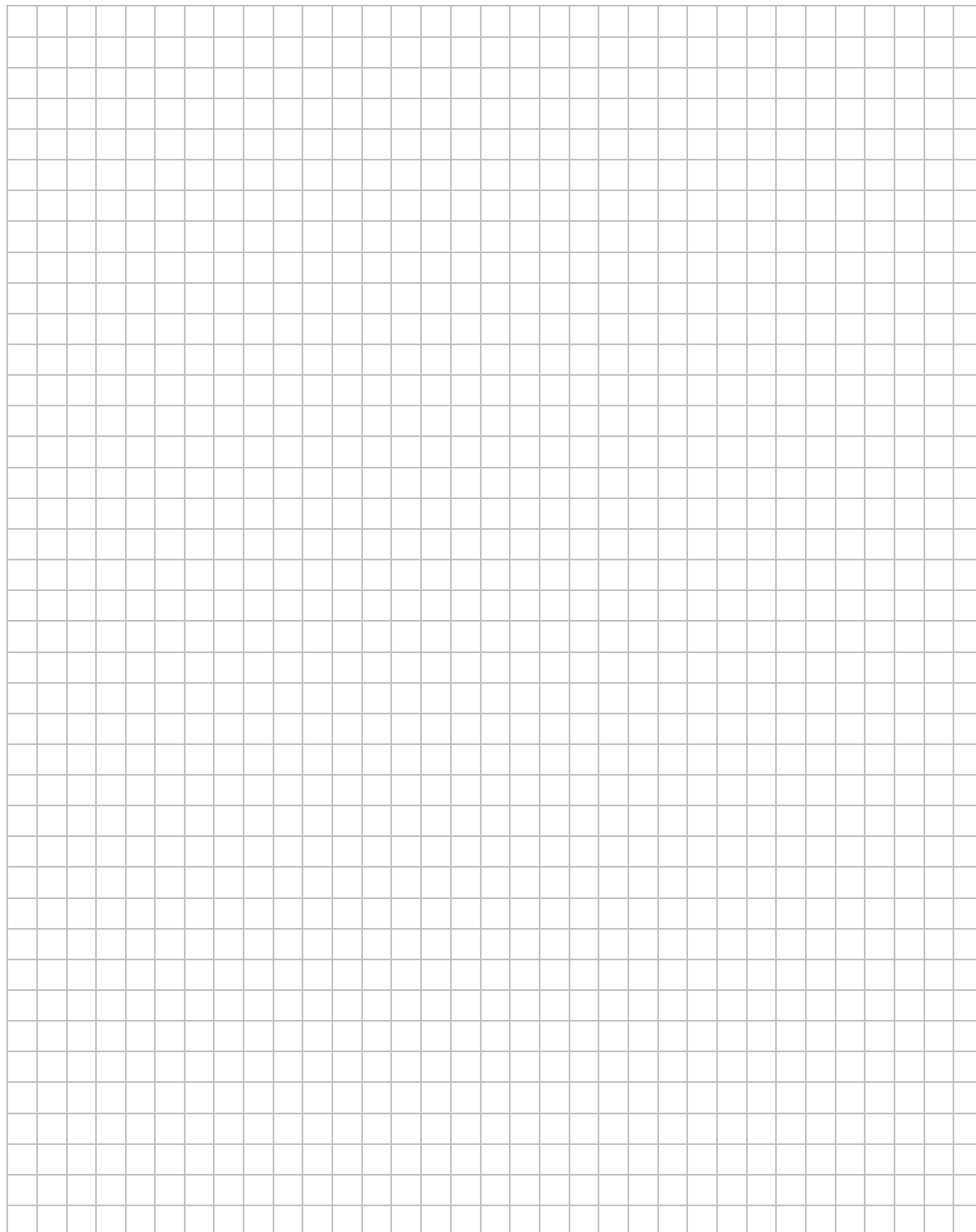


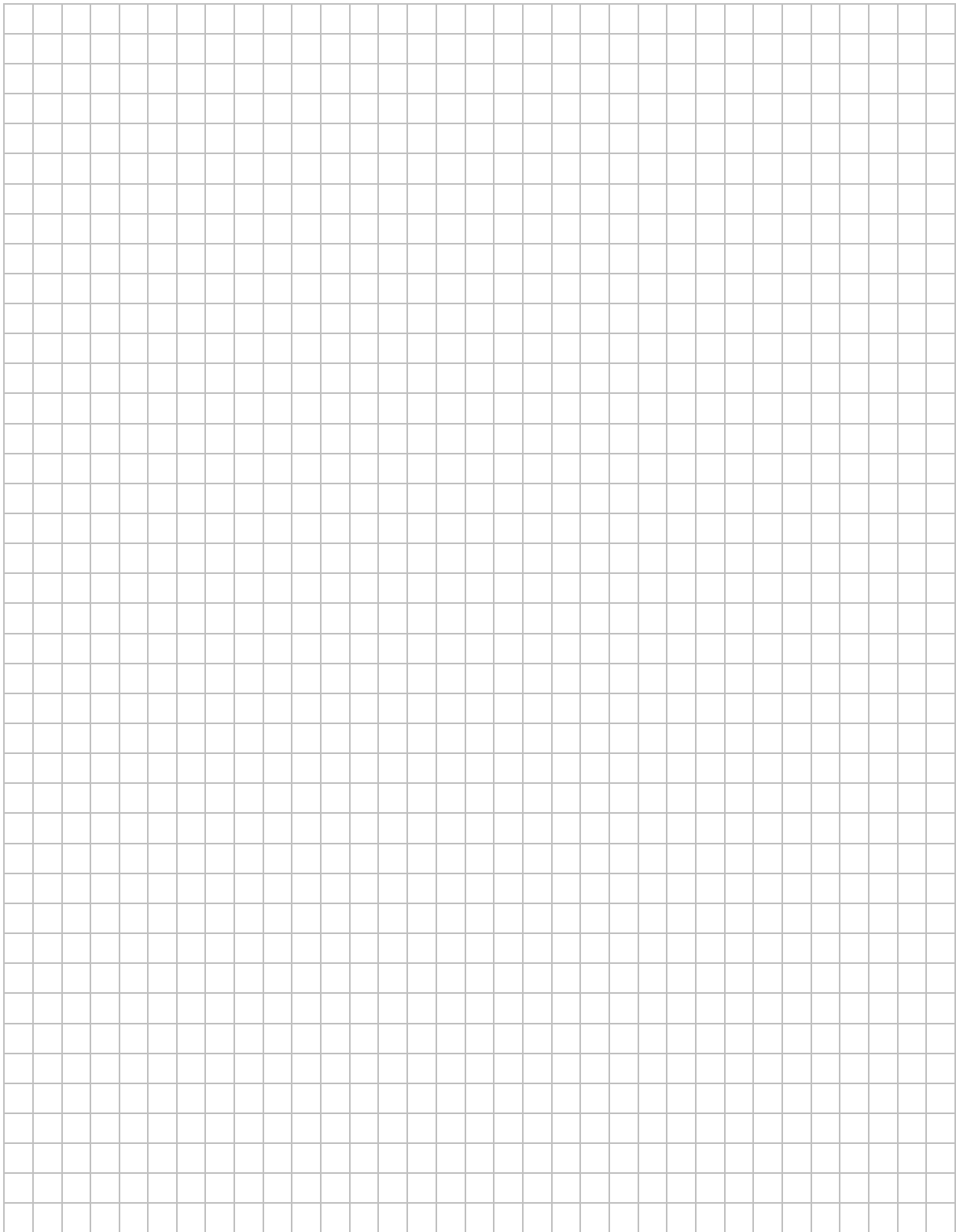
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 11. (6 pkt)

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest prostokąt $ABCD$, którego boki mają długości $|AB|=32$ i $|BC|=18$. Ściany boczne ABS i CDS są trójkątami przystającymi i każda z nich jest nachylona do płaszczyzny podstawy ostrosłupa pod kątem α . Ściany boczne BCS i ADS są trójkątami przystającymi i każda z nich jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem β . Miary kątów α i β spełniają warunek: $\alpha + \beta = 90^\circ$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.





Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	11.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)